A β-bomlás Fermi-féle elméletének eredeti publikációja

Előszó

Enrico Fermi a β-bomlás elméletét 1934-ben publikálta eredetileg a Zeitschrift für Physik folyóirat 88-as számának 161. oldalától kezdődő cikkében. Fred L. Wilson 1968. augusztus 19-én benyújtott cikkében közölte Fermi eredeti cikkének angol nyelvű fordítását, amely 1968. decemberben jelent meg az American Journal of Physics folyóirat 36-os kötetének 12-es számában az 1150. oldaltól kezdődően. Az eredeti cikk angol nyelvű fordításának fordítása itt következik.

1934-ben Enrico Fermi professzor volt a University of Rome egyetemen Olaszországban, és javasolt egy tiszta és egyszerű elméletet a béta-bomlás leírására. Elméletében egyrészt feltételezte a neutrínó létezését, amit Wolfgang Pauli vezetett be korábban azért, hogy az energiamegmaradás törvénye fennmaradjon béta-bomlásban. Másrészt az atommagból kirepülő elektront és neutrínót olyan módszerrel kezelte, mint ahogy az atomi elektronhéjból kilökődő fotonokat a sugárzáselmélet kezeli. Fermi mennyiségi összefüggéseket vezetett le a béta-bomlás felezési idejére és az elektronok energiaspektrumának alakjára.

A Fermi-elmélet, amellett hogy sikerével alátámasztotta Pauli neutrínó-hipotézisét, speciális jelentőséggel bír a modern fizika történetében. Emlékezzünk arra, hogy csak a természetben megtalálható béta-bomló izotópokat ismerték abban az időben (mind β^--bomló izotóp), amikor az elmélet megszületett. Később, amikor a pozitron-bomlást felfedezték, ez az új folyamat könnyen beilleszthető volt a béta-bomlás Fermi-féle elméletének kereteibe. Az elmélet egy az elektronhéjon tartózkodó elektron atommagba történő befogását is megjósolta, amit később fel is fedeztek. Idővel sok kísérleti adat halmozódott fel. Annak ellenére, hogy sokszor különleges tulajdonságokat is felfedeztek, a Fermi-elmélet azóta is helyes maradt.

A Fermi-elméletnek kiterjedt következményei vannak. Például, a béta-spektroszkópia sikeres eszköznek bizonyult az atommagok szerkezetének kutatásában. De Fermi munkájának talán a legnagyobb hatása az volt, hogy olyan módszert alkalmazott a béta-kölcsönhatás leírására, ami tökéletesen alkalmas volt a többi kölcsönhatás tanulmányozására is. Ez volt az első sikeres elmélet, ami anyagi részecskék eltűnését és keletkezését leírta. Előzőleg, csak a fotonokról lehetett tudni, hogy keletkezhetnek és elnyelődhetnek.

Azért hogy értékelni tudjuk a béta-bomlás Fermi-elméletének hatását a modern fizikára meg lehet jegyezni, hogy Fermi egyetlen cikkével a megfigyelt jelenségek elképesztően nagy választéka magyarázható meg . Például, a Yang és Lee által 1956-ban javasolt kísérlet a paritás megmaradásának ellenőrzésére, felhasználta a ^{60}Co béta-bomlásának tulajdonságait.

A béta-bomlás elméletét bemutató cikkével Fermi lezárta tisztán elméleti irányú kutatásait és kísérletezővé vált. Így ezen béta-bomlásról szóló cikknek, ami a legfontosabb következtetéseit tekintve ma is helyes, nemcsak a modern fizika fejlődése szempontjából kiemelkedően fontos, de Enrico Fermi emlékezete szempontjból is. Az eredeti cikk szövege itt kezdődik.

1. Kísérlet a béta-sugárzás elméletének leírására

A béta-bomlás mennyiségi leírását mutatjuk be, ahol feltételezzük a neutrínó létezését. Az elektronok és neutrínók atommagból történő kibocsátását a béta-bomlás során hasonlóan kezeljük, mint ahogy a foto-

nok gerjesztett elektronhéjból történő kibocsátását a sugárzáselmélet leírja. Az élettartamra és a folytonos elektronspektrumra levezetünk formulákat és azokat összehasonlítjuk a kísérletekkel.

1.1. Az alapvető feltételezések az elméletben

Két ismert nehézséggel kell számolni, amikor valaki a magból kilökődő elektronok és a béta-sugárzás elméletét meg akarja alkotni. Az első a folytonos elektronspektrumból következik. Ha az energiamegmaradás érvényes marad, akkor fel kell tételezni, hogy az energia egy részét nem tudjuk megfigyelni. Például, feltételezhetjük, hogy Pauli javaslatának megfelelően, nemcsak az elektron hanem egy új részecske is kibocsátódik a béta-bomlás során, amit neutrínónak nevezünk (a tömege az elektron tömegének nagyságrendjében van vagy kisebb, és nincsen elektromos töltése). Ezt az elméletet most a neutrínó hipotézisre alapozzuk.

Van még egy további nehézsége az atommagból származó elektronok elméletének, a kis tömegű, könnyű részecskék jelenlegi relativisztikus elmélete nem tudja megmagyarázni megfelelően, hogy hogyan lehetnek ezek a részecskék kötöttek az atommagon belüli méretű pályákon.

Az tűnik megfelelőnek ezért, ha feltesszük, úgy ahogy Heisenberg tette, hogy az atommagban csak nehéz részecskék vannak, protonok és neutronok. Mindazonáltal, azért hogy megértsük, hogy a béta-bomlás hogyan történik, a könnyű részecskék atommagbóli kibocsátását egy olyan elmélettel próbáljuk leírni, ami analóg a fotonoknak a gerjesztett atomból történő kibocsátásának, a szokásos sugárzási folyamattal történő leírásával. A sugárzáselméletben a könnyű kvantumok száma nem állandó. Könnyű kvantumok (megj.: fotonok) keletkeznek, amikor kibocsátja őket egy atom, és eltűnnek, amikor elnyeli őket egy atom. Ezzel analógiában a béta-bomlás elméletét a következő feltételekre szeretnénk alapozni:

(a) Az elektronok és a neutrínók teljes száma nem feltétlenül konstans. Elektronok és neutrínók keletkezhetnek és eltűnhetnek. Ez a lehetőség azonban nem az elektron - pozitron pár keltésével vagy eltűnésével analóg. Ha a pozitront "Dirac-lyuknak" képzeljük el, akkor az elektron - pozitron keletkezést egy negatív energiájú elektron kvantum ugrásának lehet értelmezni a pozitív energiatartományba, miközben az elektronok teljes száma (ami egyébként ebben a képben végtelenül sok) megmarad.

(b) A nehéz részecskék (neutronok és protonok) kezelhetők (Heisenberg munkája alapján [2]) egy általános nehéz részecske két állapotaként. (megj.: A nukleon két különböző izospinű állapotai.) Ezt úgy írhatjuk le, hogy bevezetjük a nehéz részecske egy belső ρ-val jelölt paraméterét, ami két értéket vehet fel: $\rho = 1$ ha a nehéz részecske neutron, és $\rho = -1$, ha a nehéz részecske a proton. (megj.: Az előjel választása teljesen önkényes, és ρ-val analóg mennyiség napjainkban az izospin névre hallgat. Ahogy az előjelet Fermi választotta, az pont ellenkezője, ahogy ma az izospin beállását választjuk az irodalomban. $T_z = (N - Z)/2$.)

(c) A nehéz és könnyű részecskéket tartalmazó rendszer Hamilton-függvényét úgy kell megválasztani, hogy a neutronok protonokba történő minden egyes átmenete során keletkezik egy elektron és neutrínó páros. Az inverz folyamat (a proton átalakul neutronná) pedig összekapcsolódik egy elektron - neutrínó pár eltűnésével. Így a töltés megmaradása biztosítva van. (megj.: Az antineutrínó fogalma, és a leptonszám megmaradás a cikk írása során még nem volt felismerve. Ezért Fermi nem beszél antineutrínókról.)

2. Az elméletben használt operátorok

Ennek a három követelménynek megfelelően az elmélet matematikai formalizmusa a Dirac-Jordan-Klein módszer segítségével alakítható ki legegyszerűbben [3], amit második kvantálásnak nevezünk (megj.: betöltési szám reprezentációnak is hívhatjuk). Ezért az elektron és a neutrínó valószínűségi amplitudóit (ψ, φ), és ezek komplex konjugáltjait (ψ^*, φ^*) operátoroknak tekintjük. A másik oldalról, a nehéz részecskék leírására a

szokásos értelmezést használjuk a konfigurációs térben, ahol természetesen a ρ kvantumszámot is alkalmazzuk a számolásokban, mint egy új koordinátát.

Először bevezetünk két operátort, Q és Q^*, melyek a két értékű ρ változó függvényében bevezetett 2 dimenziós vektorokra hatnak, neutron$=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$, proton$=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$.

$$Q = \begin{bmatrix}0 & 1\\0 & 0\end{bmatrix}, \qquad \text{és} \qquad Q^* = \begin{bmatrix}0 & 0\\1 & 0\end{bmatrix} \tag{1}$$

Egyszerűen látható, hogy a Q operátor a protonból neutronba történő átmenetet írja le, míg a Q^* a neutronból a protonba történő átmenetet.

Ahogy az jól ismert, az operátorként értelmezett ψ, φ valószínűségi amplitudók jelentése a következő: Legyen $\psi_1, \psi_2, ..., \psi_s, ...$ az elektron lehetséges egyedi kvantum állapotainak rendszere. Ekkor az elektron valószínűségi amplitudóját így írhatjuk

$$\psi = \sum_s \psi_s a_s \qquad \text{és} \qquad \psi^* = \sum_s \psi_s^* a_s^*. \tag{2}$$

Az a_s amplitudók és a komplex konjugált mennyiségek a_s^* operátorok, amelyek az egyedi kvantumállapotok betöltési szám függvényein $N_1, N_2, \ldots N_s, \ldots$ hatnak. Amikor a Pauli-törvény alkalmazható, N_s csak a 0 vagy az 1 értékeket veheti fel. Az a_s és a_s^* operátorai pedig így vannak definiálva [1]:

$$\begin{aligned} a_s^*\Psi(N_1, N_2, ..., N_s, ...) &= (-1)^{N_1+N_2+...+N_{s-1}}(1-N_s)\Psi(N_1, N_2, ..., 1-N_s, ...) \\ a_s\Psi(N_1, N_2, ..., N_s, ...) &= (-1)^{N_1+N_2+...+N_{s-1}}N_s\Psi(N_1, N_2, ..., 1-N_s, ...) \end{aligned} \tag{3}$$

Az a_s^* operátor az elektronnak az s kvantumállapotbeli keltését jelenti, az a_s operátor pedig ugyanennek az eltüntetését.

A (2)-es egyenletnek megfelelően a neutrínókra hasonló írható fel:

$$\varphi = \sum_\sigma \varphi_\sigma b_\sigma, \qquad \varphi^* = \sum_\sigma \varphi_\sigma^* b_\sigma^*. \tag{4}$$

Az egymás komplex konjugáltjait jelentő b_σ és b_σ^* mennyiségek, operátorok, amelyek a neutrínó egyedi $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_\sigma, ...$ kvantumállapotai $M_1, M_2, ..., M_\sigma, ...$ betöltési számainak függvényein hatnak. Ha feltesszük, hogy a Pauli-elv szintén igaz a neutrínókra, akkor az M_σ értékek szintén csak a 0 és az 1 értékeket vehetik fel. Továbbá [1]

$$\begin{aligned} b_\sigma^*\Psi(M_1, M_2, ..., M_\sigma, ...) &= (-1)^{M_1+M_2+...+M_{\sigma-1}}(1-M_\sigma)\Psi(M_1, M_2, ..., 1-M_\sigma, ...) \\ b_\sigma\Psi(M_1, M_2, ..., M_\sigma, ...) &= (-1)^{M_1+M_2+...+M_{\sigma-1}}M_\sigma\Psi(M_1, M_2, ..., 1-M_\sigma, ...)(5) \end{aligned} \tag{5}$$

A b_σ és a b_σ^* operátorok a neutrínó σ kvantumállapotának eltüntetését és keletkezését jelentik.

3. A Hamilton-függvény meghatározása

A nehéz és a könnyű részecskék rendszerének teljes energiája a nehéz részecskék energiája H_{nr}, plusz a könnyű részecskék energiája H_{kr}, plusz a nehéz és a könnyű részecskék közötti kölcsönhatási energia H. Az

[1] F.L. Wilson megjegyzései szerint az elgépelést itt már javítottuk

első tagot így írjuk:

$$H_{nr} = \frac{1}{2}(1+\rho)N + \frac{1}{2}(1-\rho)P, \tag{6}$$

mivel jelenleg egy darab individuális nehéz részecskét képzelünk el a rendszerben, N és P a neutron és a proton energiaoperátorát jelentik. A neutronra, amikor $\rho = 1$, a (6)-os egyenlet $H_{nr} = N$-re egyszerűsödik, $\rho = -1$ esetén (proton) pedig $H_{nr} = P$-re.

A könnyű részecskék H_{kr} energiájának legegyszerűbb formuláját akkor kapjuk, amikor az elektronok és a neutrínók kvantumállapotai a stacionárius állapotaik lesznek $\psi_1, \psi_2, ..., \psi_s, ...$, illetve $\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_\sigma, \ldots$. Ennek során, az elektronok stacionárius állapotait az atommag Coulomb terében kell meghatározni, az elektronok árnyékolása miatt. Azt feltételezzük, hogy a neutrínók hullámfüggvényét egy egyszerű de Broglie-féle síkhullámmal írhatjuk le, mivel a neutrínókra ható erők nem játszanak valószínűleg meghatározó szerepet. Legyenek $H_1, H_2, ..., H_s, ...$ és $K_1, K_2, ..., K_\sigma, ...$ az elektronok és a neutrínók energiái. Akkor azt kapjuk, hogy

$$H_{kr} = \sum_s H_s N_s + \sum_\sigma K_\sigma M_\sigma \tag{7}$$

A kölcsönhatási energiát még fel kell írjuk. Az egyik tag a proton és az elektron közötti Coulomb-energia. Nehéz atommagokra egy darab proton vonzása alárendelt szerepet játszik, és kevéssé járul hozzá a béta-bomlás folyamatához. Az egyszerűség kedvéért ezt a tagot nem vizsgáljuk a továbbiakban [2]. A másik tag, amit még hozzá kell adnunk egy (megj.: gyenge kölcsönhatást leíró) tag a Hamilton-függvényhez, ami kielégíti a (c) feltételt, amit az 1. fejezetben tárgyaltunk.

A 2. fejezetben leírtak alapján a szükséges tag alakja ami csatolja a proton-neutron átalakulást az elektron és a neutrínó eltűnésével:

$$Q a_s b_\sigma, \tag{8}$$

Másrészről a komplex konjugált operátor az inverz folyamatnál csatolja össze neutron protonná történő átalakulását és az elektron, neutrínó keletkezéssel.

$$Q^* a_s^* b_\sigma^*, \tag{8'}$$

A kölcsönhatási tag, ami kielgíti a (c) követelményt, ezért a következő módon írható fel:

$$H = Q \sum_{s,\sigma} c_{s,\sigma} a_s b_\sigma + Q^* \sum_{s,\sigma} c_{s,\sigma}^* a_s^* b_\sigma^*, \tag{9}$$

ahol $c_{s,\sigma}$ és $c_{s,\sigma}^*$ olyan mennyiségeket jelöl, amelyek függenek a nehéz részecskék helykoordinátáitól, lendületeitől stb.

A H ennél pontosabb felírása során is az egyszerűség vezet minket. A H választásának legfontosabb korlátozó tényezője a lendület megmaradása, és az a követelmény, hogy (9) egyenletnek invariánsnak kell lennie a térbeli forgatásokra és eltolásokra.

Ha először elhanyagoljuk a relativisztikus korrekciókat és a spin kölcsönhatásait, a legegyszerűbb választás a (9)-es egyenletre valószínűleg a következő:

$$H = g\left[Q\psi(x)\varphi(x) + Q^*\psi^*(x)\varphi^*(x)\right], \tag{10}$$

ahol g egy konstanst jelöl, aminek a mértékegysége $l^5 m t^{-2}$, és x jelöli a nehéz részecske koordinátáját. A $\psi(x), \varphi(x), \psi^*(x), \varphi^*(x)$ függvényeket a (2)-es és a (4)-es egyenletek adják meg, és a nehéz részecske helyén (x, y, z) kell venni az értéküket.

[2] F.L. Wilson megjegyzése: A sok további proton Coulomb potenciálja egy külső sztatikus térként vehető figyelembe. megj.: amit az elektronok H_i energiatagjában, és a hozzá tartozó hullámfüggvényben már figyelembe vettünk.

A (10)-es egyenlet semmiképpen sem lehet az egyetlen lehetséges választás a H-ra. Akármilyen skalár kifejezés, például az

$$L(p)\psi(x)M(p)\varphi(x)N(p) + \text{komplex konjugált}$$

ahol $L(p), M(p), N(p)$ képviseli a nehéz részecskék lendületének megfelelő függvényeit, szintén teljesen jó lenne. Azonban, mivel a (10)-es egyenlet következményei úgy tűnik mostanáig a gyakorlatban tapasztaltakkal harmóniában vannak, jó választás a legegyszerűbb esetre korlátozni a lehetőségeinket.

Fontos azonban általánosítani a (10)-es egyenletet olyan módon, hogy legalább a könnyű részecskéket relativisztikusan kezeljük. Természetesen, amikor ezt az általánosítást megtesszük, akkor nem kerülhetünk el bizonyos önkényességet. A legegyszerűbb megoldása a problémának az lehet, hogy relativisztikusan a négy Dirac-függvény $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$ és $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ veszi át az elektronok ψ és a neutrínók φ kvantumállapotainak leírását. Most figyelembe vesszük a 16 független bilineáris kombinációját a $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$ és $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ függvényeknek. A helykoordináták Lorentz transzformációja során ez a 16 mennyiség egy lineáris transzformációt szenved. Ez egy 16 dimenziós ábrázolása a Lorentz-csoportnak. Ez a reprezentáció szétesik számos egyszerűbb reprezentációra. Különösen a következő 4 bilineáris kombináció érdekes:

$$\begin{aligned}
A_0 &= -\psi_1\varphi_2 + \psi_2\varphi_1 + \psi_3\varphi_4 - \psi_4\varphi_3, \\
A_1 &= \psi_1\varphi_3 - \psi_2\varphi_4 - \psi_3\varphi_1 - \psi_4\varphi_2, \\
A_2 &= i\psi_1\varphi_3 + i\psi_2\varphi_4 - i\psi_3\varphi_1 - i\psi_4\varphi_2, \\
A_3 &= -\psi_1\varphi_4 - \psi_2\varphi_3 + \psi_3\varphi_2 + \psi_4\varphi_1
\end{aligned} \tag{11}$$

Ez úgy transzformálódik, mint egy polár négyesvektor komponensei, és így, mint az elektromágneses vektorpotenciál komponensei. A következő lépés a nehéz részecskék Hamilton-függvényének felirásakor a $g(QA_i + Q^*A_i^*)$ a négyes potenciál komponenseinek használatának megfelelően.

Itt egy nehézségbe ütközünk, ami abból a tényből származik, hogy a nehéz részecskék relativisztikus hullámegyenlete ismeretlen. Ha a nehéz részecskék sebessége kicsi a fénysebességhez képest, akkor korlátozhatjuk magunkat egy az eV taggal analóg esetre, ahol V a skalár potenciál, és akkor azt írhatjuk, hogy

$$H = g\left[Q(-\psi_1\varphi_2 + \psi_2\varphi_1 + \psi_3\varphi_4 - \psi_4\varphi_3) + Q^*(-\psi_1^*\varphi_2^* + \psi_2^*\varphi_1^* + \psi_3^*\varphi_4^* - \psi_4^*\varphi_3^*)\right] (12) \tag{12}$$

Továbbá ehhez a taghoz még további v/c rendű tagokat hozzá kell adni. Mivel az atommagokban a neutronok és a protonok sebessége a fénysebességhez képest kicsi, most elhanyagoljuk ezeket a tagokat. (Lásd azonban a 9. fejezetet.)

A (12)-es egyenletet szimbolikusan rövidíthetjük a következőképpen:

$$H = g\left[Q\tilde{\psi}^*\delta\varphi + Q^*\tilde{\psi}\delta\varphi^*\right], \tag{13}$$

Itt ψ és φ függőleges oszlopmátrixnak írhatók. A~szimbólum a Hermitikus konjugált mátrixot jelöli, és

$$\delta = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{14}$$

Ezekkel a jelölésekkel, és a (9)-es egyenlettel történő összehasonlításokkal megkaphatjuk, hogy

$$c_{s\sigma} = g\tilde{\psi}^*\delta\varphi_\sigma, \qquad \text{és} \qquad c_{s\sigma}^* = g\tilde{\psi}\delta\varphi_\sigma^*, \tag{15}$$

ahol ψ_s és φ_σ, az elektron s kvantumállapotához illetve a neutrínó σ kvantumállapotához tartozó normalizált négy komponensű sajátvektorokat jelentik. A ψ és a φ értékeit a nehéz részecske helyén kell kiértékelni és ezért az (x, y, z) helykoordináták függvényei.

4. A perturbációs mátrix

A fentebb meghatározott Hamilton-függvény segítségével a β-bomlás elmélete kidolgozható teljes analógiában a sugárzáselmélettel. Ez utóbbi esetben, ahogy az közismert, a Hamilton-függvény az atom és a tiszta sugárzási tér, valamint a kölcsönhatási energiák összegéből áll. Ez az utolsó energia kicsi, ezért perturbációnak tekinthető az előbbi kettőhöz képest. Esetünkben, az analógiában szereplő perturbálatlan Hamilton-függvény a

$$H_0 = H_{nr} + H_{kr} \tag{16}$$

összeg lesz, és ehhez kell hozzáadni a (13)-as egyenlet szerinti kölcsönhatási energiatagot, mint perturbációt.

A perturbálatlan rendszer kvantumállapotait a következő jelöléssel írjuk le:

$$(\rho, n, N_1 N_2 ... N_s ..., M_1 M_2 ... M_\sigma ...) \tag{17}$$

Itt az első szám ± 1 a ρ értéke, ami megmondja, hogy a nehéz részecske neutron vagy proton. A második szám jelöli a neutron vagy a proton kvantumállapotát. A ρ=1 értékre (neutron) legyen a a megfelelő sajátfüggvény

$$u_n(x), \tag{18}$$

ahol x a nehéz részecske koordinátáját jelöli a ρ nélkül. A $\rho = -1$ érték esetén (proton) a sajátfüggvényt

$$v_n(x)\text{-szel} \tag{19}$$

jelöljük. A maradék számok az elektron és a neutrínó kvantumállapotainak betöltési számait jelentik és 0 vagy 1 értekeket vesznek fel, és azt mutatják meg, hogy az a kvantumállapot be van-e töltve vagy sem.

Ha a kölcsönhatási energia általános formuláját tekintjük, (9)-es egyenlet, azt láthatjuk, hogy csak azok az átmenetek különböznek zérustól, amikor vagy a nehéz részecske neutronból proton lesz ugyanabban az időben, mint amikor az elektron és a neutrínó keletkezik, vagy ennek az ellentettje történik.

Az (1), (3), (5), (9), (18) és (19)-es egyenletek segítségével megkaphatjuk a kérdéses mátrixelemeket.

$$H^{1nN_1N_2..0_s...M_1M_2...0_\sigma...}_{-1mN_1N_2..1_s---M_1M_2...1_\sigma...} = \pm \int v^*_m(x) c^*_{s\sigma} u_n(x) d\tau \tag{20}$$

Az integrálásnak a nehéz részecske konfigurációs terére kell végigmenni (itt τ-val jelöltük), a ρ koordináta kivételével. A ± 1 a következőt jelenti:

$$(-1)^{N_1+N_2+...+N_{s-1}+M_1+M_2+...+M_{\sigma-1}},$$

és ez kiesik a későbbiekben. A komplex konjugált mátrixelem az ellentétes átmenetet jelenti.

Ha a (15)-ös egyenletből behelyettesítjük c^*_s értékét, akkor azt kapjuk, hogy

$$H^{1n0_s0_\sigma}_{-1m1_s1_\sigma} = \pm g \int v^*_m(x) u^*_n(x) \tilde{\psi}_s \delta\varphi^*_\sigma d\tau \tag{21}$$

Itt a rövidség kedvéért az összes konstans indexet elhagytuk az első tagból.

5. A $\beta-$bomlás elmélete

A $\beta-$bomlás egy olyan folyamat, amikor a magban levő neutron átalakul protonná ugyanabban az időben, mint amikor a $\beta-$sugárzásnak megfigyelt elektron és a neutrínó kibocsátódik a fentebb leírt mechanizmus

szerint. Azért, hogy kiszámoljuk az ilyen folyamatok valószínűségeit, feltesszük, hogy a neutron a $t = 0$ időpillanatban az $u_n(x)$ sajátfüggvényű állapotban van, és $N_s = M_\sigma = 0$. Ami azt jelenti, hogy az s elektronállapot és a σ neutrínó állapot üres. Ezért a $t = 0$-ban a $(1, n, 0_s, 0_\sigma)$ állapot valószínűségi amplitudója

$$a_{1n0_s0_\sigma} = 1, \tag{22}$$

és a $(-1, m, 1_s, 1_\sigma)$ állapotra pedig 0, ahol a neutron átalakul egy $v_m(x)$ hullámfüggvényű protonná, az elektron és a neutrínó kibocsátása által.

Ha szokásos perturbációs formulát használjuk egy elegendően rövid időre, amig (22)-es egyenlet közelítőleg igaz marad, akkor azt kapjuk, hogy

$$\dot{a}_{-1m1_s1_\sigma} = -\frac{2\pi i}{h} H^{1n0_s0_\sigma}_{-1m1_s1_\sigma} \times e^{\frac{2\pi i}{h}(-W+H_s+K_\sigma)t} \tag{23}$$

ahol W a neutron és a proton állapotainak energiakülönbségét jelöli.

Mivel $a_{-1m1_s1_\sigma}$ a $t = 0$ pillanatban 0, a (23)-as egyenletből azt kapjuk, hogy

$$a_{-1m1_s1_\sigma}(t) = H^{1n0_s0_\sigma}_{-1m1_s1_\sigma} \frac{e^{\frac{2\pi i}{h}(-W+H_s+K_\sigma)t} - 1}{-W + H_s + K_\sigma} \tag{24}$$

Az átmenet valószínűsége t idő alatt ezért úgy írható, hogy

$$\left|a_{-1m1_s1_\sigma}(t)\right|^2 = 4 \left|H^{1n0_s0_\sigma}_{-1m1_s1_\sigma}\right|^2 \frac{sin^2\left(\frac{\pi t}{h}(-W + H_s + K_\sigma)\right)}{(-W + H_s + K_\sigma)^2}. \tag{25}$$

A neutron $u_n(x)$ állapotának élettartamának kiszámolásához az összes be nem töltött elektron és neutrínó állapotra össze kell adnunk a (25) egyenlet járulékát. Alapvető egyszerűsítést jelent ezen összegzés során, ha észrevesszük, hogy az elektron és a neutrínó de Broglie hullámhosszai néhány millió elektronvolt energiánál jelentősen hosszabbak, mint az atommag mérete. Ezért az első közelítésben a ψ_s és φ_σ állapotok hullámfüggvényeit közelíthatjük konstansnak az atommag tartományán (amire az integrálás igazából kiterjed). A (21)-es egyenlet ekkor így írható

$$H^{1n0_s0_\sigma}_{-1m1_s1_\sigma} = \pm g\widetilde{\psi}_s \delta\varphi^*_\sigma \int v^*_n(x) u^*_m(x) d\tau \tag{26}$$

Mostantól a ψ_s és φ_σ állapotok hullámfüggvényeit az atommag helyén kell venni (lásd a 8. fejezetet). A (26)-os egyenletből kapjuk, hogy

$$\left|H^{1n0_s0_\sigma}_{-1m1_s1_\sigma}\right|^2 = g^2 \left|\int v^*_m(x) u^*_n(x) d\tau\right|^2 \widetilde{\psi}_s \delta\varphi^*_\sigma \psi_s \widetilde{\delta\varphi}^*_\sigma \tag{27}$$

A neutrínó állapotok a lendületükkel (p_σ) és a spinjükkel adhatók meg. Normalizálási okokból az elektront és a neutrínót beletesszük egy nagy Ω térfogatú dobozba, így térben kvantáljuk. Ennek a doboznak a méretét aztán fokozatosan elegendően nagynak vesszük egészen a végtelenig. A normalizált neutrínó sajátfüggvények sík-Dirac-hullámok lesznek Ω^{-1} sűrűséggel. A (27)-es egyenlet átlagolása a neutrínó állapotokra megoldható egyszerű algebra használatával az összes p_σ irányra és spin beállásra. (Csak a pozitív sajátértékeket kell figyelembe venni. A negatív sajátértékek eltüntethetők egy olyan ügyes ötlettel, ami a Dirac-féle lyuk elképzeléssel analóg.) A következőket kaphatjuk

$$\left\langle \left|H^{1n0_s0_\sigma}_{-1m1_s1_\sigma}\right|^2 \right\rangle_{\text{átlag}} = -\frac{g^2}{4\Omega} \left|\int v^*_m(x) u^*_n(x) d\tau\right|^2 \left(\widetilde{\psi}_s \psi_s - \frac{\mu c^2}{K_\sigma} \widetilde{\psi}_s \beta \psi_s\right) \tag{28}$$

(Itt valami hiányzik, a neutrínóra a p2/v tag nincs sehol.) Ahol μ a neutrínó nyugalmi tömege és β a Dirac-mátrix:

$$\beta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \tag{29}$$

Megjegyezzük, hogy a pozitív energiájú neutrínó állapotok száma, amelyek lendületének nagysága a p_σ és a $p_\sigma + dp_\sigma$ értékek közé esik $(8\pi\Omega/h^2)p_\sigma^2 dp_\sigma$, valamint. hogy $\partial K_\sigma/\partial p_\sigma = v_\sigma$, ahol v_σ a neutrínó sebességét jelenti a σ állapotban. Továbbá a (25)-ös egyenletnek éles maximuma van azon p_σ érték körül, amelyre a perturbálatlan energiaérték eltűnik, azaz

$$-W + H_s + K_\sigma = 0. \tag{30}$$

Ezért a (25)-ös egyenletet felösszegezhetjük a σ állapotokra a jól ismert módszerrel [4], és azt kapjuk, hogy

$$t \cdot \frac{8\pi^2 g^2}{h^4} \left| \int v_m^*(x) u_n^*(x) d\tau \right|^2 \frac{p_\sigma^2}{v_\sigma} \left(\widetilde{\psi}_s \psi_s - \frac{\mu c^2}{K_\sigma} \widetilde{\psi}_s \beta \psi_s \right) \tag{31}$$

ahol p_σ a neutrínó lendületének nagyságát jelöli, amire a (30)-as egyenlet igaz.

6. Az átmeneti valószínűség funkcionál-függése

Annak a valószínűsége, hogy az elektron t idő alatt átkerül az s állapotba a $\beta-$bomlás átmenete során a (31) kifejezéssel adható meg. Ahogy annak lennie kell, a valószínűség arányos a t idővel. Itt a t elegendően kicsi a bomlás élettartamához képest. A t együtthatója a leírt folyamat átmeneti valószínűsége (P_s).

$$P_s = \frac{8\pi^2 g^2}{h^4} \left| \int v_m^*(x) u_n^*(x) d\tau \right|^2 \frac{p_\sigma^2}{v_\sigma} \left(\widetilde{\psi}_s \psi_s - \frac{\mu c^2}{K_\sigma} \widetilde{\psi}_s \beta \psi_s \right) \tag{32}$$

A következőket jegyezzük meg:

(a) A szabad neutrínó állapotokra K_σ mindig nagyobb μc^2-nél. Ezért, hogy kielégítsük a (30)-as egyenletet, az kell, hogy

$$H_s \leqq W - \mu c^2 \tag{33}$$

Az egyenlőség megfelel a a folytonos $\beta-$sugárzás spektrum felső határának.

(b) Mivel az elektronok szabad állapotaiban $H_s > mc^2$, ezért a $\beta-$bomlás akkor mehet csak végbe, ha

$$W \geqq (m + \mu)c^2 \tag{34}$$

Ezért a betöltött neutron állapot n az atommagban elég magasan kell legyen a betöltetlen proton állapot m felett ahhoz, hogy a $\beta-$bomlás végbemehessen.

(c) A (32)-es egyenlet szerint P_s az atommagban lévő nehéz magok $u_n(x), v_m(x)$ sajátfüggvényeitől függ a mátrixelemükön keresztül:

$$Q_{mn}^* = \int v_m^* u_n d\tau \tag{35}$$

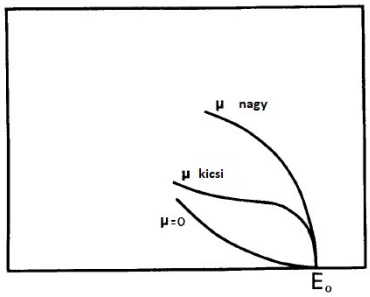
A $\beta-$bomlás elméletében ez a mátrixelem hasonló szerepet tölt be, mint a sugárzáselméletben az atom elektromos momentumainak mátrix elemei. A (35)-ös egyenletben leírt mátrixelem normál esetben kb. 1-hez közeli érték. Azonban, azu_n és v_m néhány speciális szimmetriatulajdonságai miatt gyakran megeshet, hogy Q^*_{nm} eltűnik, azaz 1-nél sokkal kisebb lesz. Ilyen esetekben beszélünk tiltott $\beta-$átmenetekről. Természetesen, nem kell azt várni, hogy ezek sohasem történnek meg, mivel a (32)-es egyenlet csak egy közelítő formula. Ezekről a típusú átmenetekről még lesz szó a 9. fejezetben.

7. A neutrínó tömege

A folytonos $\beta-$spektrum alakját az átmeneti valószínűség s függéséből határoztuk meg, pl. a (32)-es egyenletben. Először azt akarjuk diszkutálni, hogy ez az alak hogyan függ a neutrínó nyugalmi tömegétől, μ-től, azért, hogy meg tudjuk állapítani ezt a konstanst a mért eloszlások és a számolt görbe összehasonlításával. Ez a tömeg, μ, a p_σ^2/v_σ faktorban van benne. A kibocsátott elektron energiaeloszlásának neutrínó tömegtől való függése legjobban a nagyenergiájú végpont környékén érzékelhető. Ha a $\beta-$sugarak maximális energiája E_0, akkor nehézség nélkül beláthatjuk, hogy az E-től függő eloszlásgörbe az E_0 környékén, egy energiafüggetlen állandótól eltekintve, így viselkedik:

$$\frac{p_\sigma^2}{v_\sigma} = c^{-3}(\mu c^2 + E_0 - E)\left((E_0 - E)^2 + 2\mu c^2(E - E_0)\right)^{1/2} \tag{36}$$

Az 1. ábrán az eloszlásfüggvény vége van kirajzolva $\mu = 0$, $\mu =$ kicsi és $\mu =$ nagy értékekre. A legjobban akkor egyezik meg az elméleti görbe a kísérletek eredményeivel, ha $\mu = 0$ értéket tételezünk fel. Így azt



1. ábra. A kibocsátott elektron mozgási energiájának eloszlásgörbéjének a vége μ=0, kicsi és nagy értékek mellett.

a következtetést vonhatjuk le, hogy a neutrínó nyugalmi tömege vagy zérus, de mindenesetre nagyon kicsi, összehasonlítva az elektron tömegével [5]. A következő számolásban a legegyszerűbb feltételezéssel élünk, azzal, hogy $\mu = 0$. Akkor a (30)-as egyenlet így alakul:

$$v_\sigma = c, \qquad K_\sigma = p_\sigma c, \qquad \text{és} \qquad p_\sigma = K_\sigma/c = (W - H_s)/c \tag{37}$$

A (33) és (34) egyenlőtlenségek pedig leegyszerűsödnek

$$H_\sigma \leqq W \qquad \text{és} \qquad W \geqq mc^2\text{-re.} \tag{38}$$

Az átmeneti valószínűség, (32)-es egyenlet, a következő alakot ölti:

$$P_s = \frac{8\pi^2 g^2}{c^3 h^4}\left|\int v_m^*(x) u_n^*(x) d\tau\right|^2 \widetilde{\psi}_s \psi_s (W - H_s)^2 \tag{39}$$

8. A megengedett átmenetek élettartama és eloszlásfüggvénye

A (39)-es egyenletből le lehet vezetni egy összefüggést, ami megadja hogy hány $\beta-$átmenet jön létre időegység alatt, amikor az elektron lendülete az $mc^2\eta$ és $mc^2(\eta + d\eta)$ intervallumba esik. (F.L. Wilson megjegyzése: m az elektron nyugalmi tömege, lendülete $p = mv/\sqrt{1-(v/c)^2}$, és $\eta = m_{rel}v/mc$) Ebből a célból ki kell számolni az $\widetilde{\psi}_s\psi_s$ összegét (az atommag helyén vett értékekkel) minden olyan kvantumállapotra összegezve, amelyek beleesnek az említett intervallumba.

Meg kell jegyezni, hogy az elektronnak a Coulomb-térben felvett relativisztikus sajátfüggvényei az $r = 0$-ban végtelenné válnak, ha az elektron teljesen perdület kvantumszáma $j = 1/2$ ($^2s_{1/2}$ és $^2p_{1/2}$). Azonban az atommag elektromágneses vonzása, ami az elektronra hat csak a magsugárnál nagyobb távolságoknál fog a Coulomb-törvény szeirnt változni, ha $r > \rho$, ρ itt a magsugarat jelöli. Egy közelítő számolással meg lehet mutatni, hogy ha néhány kézenfekvő feltételezéssel élünk az elektromos tér atommagon belüli viselkedéséről, akkor a $\widetilde{\psi}_s\psi_s$ értéke a középpontban nagyon közel esik ahhoz, amit a $\widetilde{\psi}_s\psi_s$ felvesz a tiszta Coulomb-térben a az atommag felszínén, az $r = \rho$ értékénél.

Felhasználva a jól ismert összefüggést a hidrogénszerű atomok relativisztikus, pozitív energiájú (kontinuumba eső) hullámfüggvényéről [6], egy meglehetősen fárasztó számolás után megkaphatjuk, hogy

$$\sum_{d\eta} \widetilde{\psi}_s\psi_s = d\eta \cdot \frac{32\pi m^3c^3}{h^3[\Gamma(3+2S)]^2}\left(\frac{4\pi mc\rho}{h}\right)^{2S} \eta^{2+2S} e^{\pi\gamma\frac{(1+\eta^2)^{1/2}}{\eta}} \left|\Gamma\left(1+S+i\gamma\frac{(1+\eta^2)^{1/2}}{\eta}\right)\right|^2. \tag{40}$$

Itt

$$\gamma = Z/137 \qquad \text{és} \qquad S = (1-\gamma^2)^{1/2} - 1. \tag{41}$$

Ezzel az átmeneti valószínűség az $mc \cdot d\eta$ intervallumba eső s elektron kvantumállapotba kiszámolható a (39)-es egyenelet alapján.

$$\begin{aligned} P(\eta)d\eta = d\eta \cdot g^2 \frac{256\pi^4}{[\Gamma(3+2S)]^2}\frac{m^5c^4}{h^7}\left(\frac{4\pi mc\rho}{h}\right)^{2S}\left|\int v_m^* u_n d\tau\right|^2 \times \\ \times \eta^{2+2S} e^{\pi\gamma\frac{(1+\eta^2)^{1/2}}{\eta}} \left|\Gamma\left(1+S+i\gamma\frac{(1+\eta^2)^{1/2}}{\eta}\right)\right|^2 \left[(1+\eta_0^2)^{1/2} - (1+\eta^2)^{1/2}\right]^2 \end{aligned} \tag{42}$$

Ahol η_0 jelöli a kibocsátott elektron maximális lendületét, mc egységekben.

A (42)-es legfontosabb eredményünk numerikus kiértékelését el lehet végezni, például $\gamma = 0.6$ esetére, ami a $Z = 82.2$-höz közeli érték, és a radioaktív izotópok rendszáma nem nagyon tér el ettől a rendszámtól. Ha a $\gamma = 0.6$, akkor $S = -0.2$, a (41)-es egyenlet szerint. Belátható, hogy $\eta < 10$ értékekre a következő egy jó közelítés:

$$\eta^{1.6} e^{0.6\pi\frac{(1+\eta^2)^{1/2}}{\eta}} \left|\Gamma\left(0.8+0.6i\frac{(1+\eta^2)^{1/2}}{\eta}\right)\right|^2 \cong 4.5\eta + 1.6\eta^2. \tag{43}$$

Ha ρ értékét $9(10^{-13})$-nak vesszük (megj.: cm egységekben), a (42)-es egyenlet a következőre egyszerűsödik.

$$P(\eta)d\eta = 1.75(10^{95})g^2\left|\int v_m^* u_n d\tau\right|^2 (\eta + 0.355\eta^2)\left[(1+\eta_0^2)^{1/2} - (1+\eta^2)^{1/2}\right] \tag{44}$$

A bomlás reciprok élettartamának (megj.: ez a bomlási állandó) kiszámolásához ezeket a valószínűségeket össze kell adni, minden lehetséges η értékre, azaz integrálni kell $\eta = 0$-tól $\eta = \eta_0$-ig. Ekkor kapjuk, hogy

$$\lambda = \tau^{-1} = 1.75(10^{95})g^2\left|\int v_m^* u_n d\tau\right|^2 F(\eta_0) \tag{45}$$

Ahol

$$F(\eta_0) = \frac{2}{3}\left[\sqrt{1+\eta_0^2} - 1\right] + \frac{\eta_0^4}{12} - \frac{\eta_0^2}{3} + 0.355\left(-\frac{\eta_0}{4} - \frac{\eta_0^3}{12} + \frac{\eta_0^5}{30} + \frac{\sqrt{1+\eta_0^2}}{4}\cdot\log\left(\eta_0 + \sqrt{1+\eta_0^2}\right)\right) \quad (46)$$

Kicsi η_0 értékekre, az $F(\eta_0)$ úgy viselkedik, mint $\eta_0^6/24$. Nagyobb argumentumokra az $F(\eta_0)$ értékét az 1. Táblázatban gyűjtöttük össze. (megj.: Az irodalomban később ez a függvény, mint Fermi-integrál maradt fenn.)

η_0	0	1	2	3	4	5	6	7
$F(\eta_0)$	$\eta_0^6/24$	0.03	1.2	7.5	29	80	185	380

1. táblázat. Az $F(\eta_0)$ függvény értékei

9. Tiltott átmenetek

Mielőtt továbbhaladunk a kísérleti eredményekkel történő összehasonlításhoz, megvizsgáljuk a tiltott átmenetek néhány tulajdonságát.

Mint ahogyan már kiemeltük, egy átmenet akkor tiltott, ha a megfelelő magmátrixelem a (35)-ös egyenletben eltűnik. Most, ha az atommagban elhelyezkedő neutronok és protonok individuális kvantumállapotokkal történő leírása jó közelítés, Q^*_{mn} mindig eltűnik szimmetria okokból, hacsak nem $i = i'$. Ahol

$$i = i' \quad (47)$$

jelöli az $u_n(x)$ neutronállapot, és a $v_m(x)$ protonállapot perdületét ($\hbar$ egységekben). Hogyha az individuális állapotok nem egy jó közelítés, akkor (47) egy általánosabb feltételt ad meg:

$$I = I', \quad (48)$$

ahol I és I' az atommag perdülete a bomlás előtt és után. (megj.: Ez a kiválasztási szabály a $\beta-$bomlás Fermi-típusának kiválasztási szabálya, amikor a neutrínó és az elektron 0 spinnel.) A (47) és (48) kiválasztási szabályok messze nem olyan merevek, mint a kiválasztási szabályok az optikában. Elsődlegesen két folyamat van, ami miatt a szabály sérülése mégis lehetséges.

(a) A (26)-os egyenletet úgy kaptuk, hogy elhanyagoltuk a ψ_s és φ_σ változását az atommag térfogatán belül. Azonban, ha nem vesszük konstansnak a ψ_s és φ_σ helyfüggését az atommagon belül, akkor azt kapjuk, hogy az eltűnő Q^*_{mn} mellett is van lehetőség a $\beta-$bomlásra.

Könnyen belátható, hogy az ilyen nem megengedett átmenetek a $(\rho/\lambda)^2$ nagyságrendben vannak a megengedett átmenetekhez viszonyítva, ahol λ a könnyű részecskék de Broglie-hullámhossza. Megjegyezzük, hogy az azonos enegiák esetén az elektron mozgási energiája az atommagon belül az elektromágneses vonzás miatt számottevően nagyobb, mint a neutrínóé ugyanott. (megj: negatív helyzeti energiája is van az elektronnak egyrészt, másrészt a mozgási energia operátor sajátfüggvényei ugyenezen okból nem lesznek a rendszer sajátfüggvényei, ezért a mozgási energia egy empírikus fogalom ebben a helyzetben.) Ezért a ψ_s atommagon belüli változásából alakul ki a legnagyobb járulék. A tiltott átmenetek intenzitásának becslése azt mutatja, hogy a (48)-as egyenlet szerinti megengedett átmeneteknél kb. 100-szor kisebb valószínűségű átmenetek ezek, ha a $\beta-$részecske ugyanolyan energiával repül ki.

Az is látható, hogy nemcsak a hosszabb felezési időben különböznek a tiltott átmenetek a megengedettől, hanem az energiaspektrum alakja is más. Például a kis energiáknál az elektronok energiaeloszlása sokkal kisebb értékeknél fekszik, mint a megengedett esetben.

(b) Egy másik lehetőség a (48)-as egyenlet szerint tiltott átmenetek megvalósulására a 3. fejezetben mondottakból következik. Ha nem hanyagoljuk el a visszalökődő atommag sebességét a fénysebességhez képest, további v/c nagyságrendű tagok jelennek meg a kölcsönhatási operátorban, a (12)-es egyenletben. Ha az atommagokat is Dirac-típusú (megj.: bispinor) relativisztikus hullámfüggvénnyel írjuk le, további tagokat írhatunk a (12)-es egyenletbe:

$$gQ(\alpha_x A_1 + \alpha_y A_2 + \alpha_z A_3) + \text{ komplex konjugált} \tag{49}$$

ahol $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ az atommagot leíró Dirac-mátrixok, és az A_1, A_2, A_3 a (11)-es egyenletben definiált négyesvektor térbeli változását leíró komponensek. A (49)-es egyenletben leírt típusú tagot ugyanúgy lehet behelyezni a (12)-es egyenletbe, mint az $e(\alpha, U)$ és az eV tagokat lehet a Dirac–Hamilton-függvénybe. (V a skalár potenciál, U a vektorpotenciál.)

Egy olyan kölcsönhatási tag, mint a (49)-es egyenletben leírt természetesen szintén lehetségessé teszi az első rendben eltűnő magmátrixelemű átmeneteket (tiltott átmenetek) $(v/c)^2$ relatív intenzitással a megengedettekhez képest. Ezért ez egy második lehetőség arra, hogy a tiltottnak nevezett átmenetek mégis megvalósuljanak kb. 100-szor kisebb valószínűséggel.

10. A kísérletekkel történő összehasonlítás

A (45)-ös egyenlet kapcsolatot létesít a kibocsátott elektronok maximális lendülete és a $\beta-$bomlás élettartama között. Ebben a kapcsolatban még mindig benne van egy ismeretlen mennyiség, a magmátrixelem, ami a következő integrál:

$$\int v_m(x)^* u_n(x) d\tau. \tag{50}$$

Ennek a kiszámolásához tudnunk kell a neutron és a proton atommagon belüli hullámfüggvényeit. A megengedett átmenetek esetére az (50)-es egyenletben leírt magmátrixelem körülbelül az 1 nagyságrendjében van. Emiatt várhatóan a következő szorzat értéke ugyanebben a nagyságrendben lesz, minden megengedett átmenetre:

$$\tau F(\eta_0). \tag{51}$$

Ha azonban a kérdéses átmenet tiltott, akkor az átlagos élettartam 100-szor nagyobb a normál esetnél, és ezért az (51)-es szorzat is sokkal nagyobb értéket vesz fel.

A 2. táblázat az (51)-es egyenletben definiált szorzat értékeit mutatja be (megj.: a cikk után évtizedekkel ennek a szorzatnak $\ln 2$-szerese összehasonlító élettartam néven terjedt el az irodalomban), azon bomlásokra, melyekre elegendő adat áll rendelkezésre a folytonos $\beta-$spektrumról. A 2. táblázatból a két elméletből fentebb megjósolt csoport egyértelműen felismerhető. Valójában ilyen osztályozást már Sargent és munkatársai kísérletileg meghatároztak [7], akiknek a munkájából az η_0 értékek származnak.

Összehasonlításképpen, megjegyezzük, hogy $\eta_0 = (W\rho)_{max}/1700$. A Sargent a cikkében felsorol néhány nem teljesen megbízható értéket is. Ezek nem illeszkednek a megegedett és tiltott kategóriákba. Az UX_1 izotóp esetén $\tau = 830, \eta_0 = 0.76, F(\eta_0) = 0.0065$ és $\tau F(\eta_0) = 5.4$. Ez az izotóp a megengedett kategóriába beleesik. Az AcB izotóp esetén $\tau = 0.87, \eta_0 = 1.24, F(\eta_0) = 0.102$ és $\tau F(\eta_0) = 0.009$. Ez az összehasonlító élettartam 10-szer kisebb, mint a megengedett kategória értékei. Az RaD izotóp esetén $\tau = 320000, \eta_0 = 0.38, F(\eta_0) = 0.00011$ és $\tau F(\eta_0) = 35$. Az RaD izotóp ezért kb. a két kategória között félúton helyezkedik el. További $\beta-$bomló izotópokra ($MsTh_1, UY, Ac, AcC, UZ, RaC''$) nem találtam adatokat. (megj.: ezek a

Izotóp	τ (óra)	η_0	$F(\eta_0)$	$\tau F(\eta_0)$
UX_2	0.026	5.4	115	3.0
RaB	0.64	2.04	1.34	0.9
ThB	15.3	1.37	0.176	2.7
ThC"	0.076	4.4	44	3.3
AcC"	0.115	3.6	17.6	2.0
RaC	0.47	7.07	398	190
RaE	173	3.23	10.5	1800
ThC	2.4	5.2	95	230
$MsTh_2$	8.8	6.13	73	640

2. táblázat. A $\tau F(\eta_0)$ összehasonlító élettartam értékek néhány természetes radioaktív izotópra, melyekre elegendő kísérleti adat áll rendelkezésre a folytonos $\beta-$spektrumokról.

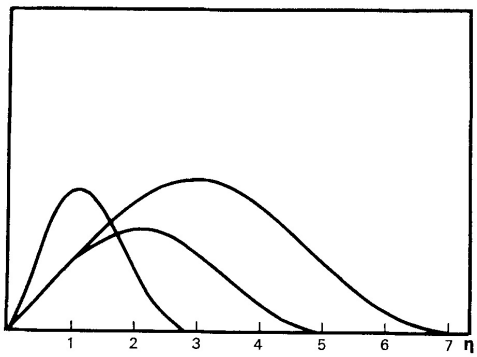
jelölések az izotópokat a radioaktív sorokban elfoglalt helyük alapán azonosítják, és már régen nem használjuk ezeket. A mai izotóp nevekre történő konverzió itt található meg: klikk.)

A 2. táblázat adataiból kiszámolhatjuk, ha elég pontatlanul is, a csatolási állandó (g) nagyságrendjét. Ha a $\tau F(\eta_0)$ értékét a megengedett átmenetekre 1-nek vesszük (másodpercben mérve 3600) és azokban az esetekben, amikor a magmátrixelem, azaz az (50)-es integrál értéke kb. 1, a (45)-ös egyenlet alapján azt kapjuk, hogy

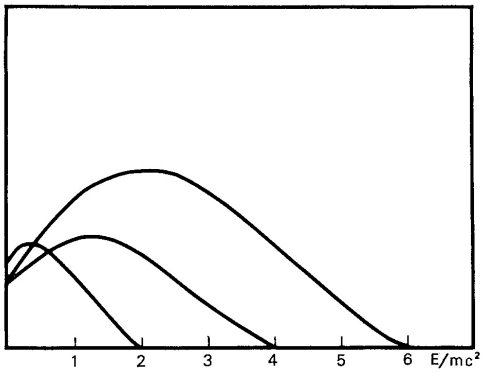
$$g = 4(10^{-50})\mathrm{cm}^3\mathrm{erg}.$$

Ez az érték természetesen csak egy nagyságrendi becslés. [3]

Összegzésként azt mondhatjuk, hogy a kísérletekkel történő összehasonlítás eredménye olyan jó egyezést ad, amilyet csak el lehet várni. A RaD és AcB izotópok nem teljesen megbízható adataira kapott ellentmondásokat valószínűleg meg lehet magyarázni, részben a mérés pontatlanságával, részben az (50)-es egyenletben lévő magmátrixelem kirívóan nagy (de egyáltalán nem valószerűtlen) értékével. További megjegyzés, hogy a $\beta-$bomlást kísérő γsugárzásból arra következtethetünk, hogy a legtöbb $\beta-$bomlás a proton különböző végállapotaira vezet, ami által a $\tau F(\eta_0)$ értékek változása szintén magyarázható lehet.



2. ábra. Sebességeloszlási görbék különböző η_0 paraméterek mellett.



3. ábra. Az eloszlás görbék az energia függvényében, $E = mc^2/[1-(v/c)^2]^{1/2} - mc^2$.

A másik kérdés a β-elektronok sebesség-eloszlásának alakja. A megengedett átmenetekre az η eloszlásának görbéjét (avagy a $H\rho$ érték, egy 1700-as faktortól eltekintve) a (44)-es egyenlet adja meg. A 2. ábra

[3] SI-be ezt az értéket átváltva kb. $2.5{\cdot}10^{-50}$ m^3MeV értéket kapunk.

bemutatja néhány η_0 értékre az eloszlásfüggvényt. Az $y-$tengely skálájának egységei az egyes görbékre úgy lettek beállítva, hogy a görbéket egy ábrán kényelmesen át lehessen tekinteni. Ezek a görbék kielégítő hasonlóságot mutatnak azon görbékkel, amiket Sargent cikkében megad [7]. Sargent adatai csak a kis energiájú részben esnek valamivel az elméleti görbe alá. Ez jól látható a 3. ábrán, ahol az energia van ábrázolva a lendület helyett az $x-$tegelyen. Emlékezhetünk azonban arra, hogy az eloszlásfüggvények kis energiájú részére vonatkozó kísérleti tudásunk kiváltképpen ingatag [8]. Továbbá, azt várjuk, hogy a tilott átmeneteknél az elméleti görbék a 2. és 3. ábrákon bemutatottak alatt helyezkednek el a kis energiák tartományában. Ez az utolsó állítás különösen helytálló a a relative nagyon jól ismert RaE izotóp (megj.: ^{210}Bi) eloszlása esetében. A 2. táblázatban látható, hogy a RaE összehasonlító élettartama nagyon nagy. A RaE $\beta-$bomlása biztosan tiltott, és ha lehet ilyen, akkor második közelítésben megengedett csak. Egy jövőbeli cikkben, remélem hogy tudok majd pontosabbat mondani a tiltott átmenetek energiaeloszlásának alakjáról.

Összefoglalásként azt mondhatjuk, hogy a leírt elmélet összhangban van a kísérleti eredményekkel, amelyek mindenesetre nem mindig pontosak. Találhatunk ellentmondásokat, ha közelebbről összehasonlítjuk az elméletet és a kísérleteket. Mégis lehetséges az elméletet változtatni anélkül, hogy a fogalmi alapjait bántanánk. Nevezetesen megtarthatjuk a (9)-es egyenletet, de választhatunk egy másik $c_{s\sigma}$-t. Ez a (48)-as egyenletben leírt kiválasztási szabályok megváltozásához vezethet, valamint az energiaeloszlás egy másik alakját hozhatja, valamint a felezési idő maximális energiától való függésének egy másik formáját eredményezheti. Azonban ha egy ilyen változás szükségessé válik, az az elmélet egy további fejlesztését igényli, valamint a kísérleti eredmények pontosítását.

Hivatkozások

[1] E. Fermi, Z. Physik, 88, 161 (1934) és F. L. Wilson, Am. Journal of Phys. Vol. 36, Nr. 12, 1150 (1968).

[2] W. Heisenberg, Z. Physik 77, 1 (1932)

[3] P. Jordan and O. Klein, Z. Physik 45, 751 (1927), és W. Heisenberg, Ann. Physik 10, 888 (1931).

[4] E. Fermi, Rev. Modern Phys 4, 87 (1932).

[5] F. Perrin, Compt. Rend. 197, 1625 (1933).

[6] R. H. Hulme, Proc. Roy. Soc. (London) 133, 381 (1931)

[7] B. W. Sargent, Proc. Roy. Soc. (London) A139, 659 (1933)

[8] E. Rutherford, B. Ellis és J. Chadwick, Radiation from Radioactive Substances (Cambridge University Press, London, England, 1932) Lásd speciálisan a 407. oldalt.

Fordította Horváth Ákos (ELTE Atomfizikai Tanszék), 2019. október, lektorálta Nagy Márton (ELTE Atomfizikai Tanszék), Ez a 2019. október 15.-i verzió