A pozitív és a negatív bétabomlás során az atommagot elhagyó pozitronok, ill. elektronok energiaeloszlása folytonos, mivel a kvantumátmenet energiája köztük és az őket kísérő neutrinók (antineutrinók) között oszlik meg. Az energiaeloszlást a következő formulával adhatjuk meg:

****** (1)

Itt  a mért energiaeloszlás pozitronok (+), ill. elektronok (-) esetében, *p* a részecske impulzusa, *E* a kinetikus energia, (ezt érzékeli a detektor), *Em* a kvantumátmenet teljes energiája,  pedig az elektron nyugalmi energiája. A formulában szereplő **** Fermi-függvény a *Ze* töltésű atommag Coulomb hatását írja le az *E* energiával kirepülő részecskére. *Sn(E)* a béta átmenet tiltottságát figyelembe vevő korrekciós függvény (*n* a tiltottság fokára utal). Megengedett átmenetre (*n*=0) *S0(E) = 1.* (Ez az összefüggés kvantummechanikai megfontolásokból következik, itt ismertnek vesszük.)

Jelentse *W* a detektált részecske teljes energiáját az elektron nyugalmi tömegének (*m0c2* = 0,511 MeV) megfelelő egységekben, *Wm* pedig a maximális kinetikus energiájú részecske energiáját ugyanilyen egységekben:

 , és  (2)

m0c2-el való szorzás és egyenletrendezés után a kinetikus (E), illetve kvantumátmenet teljes (Em) energiája:

 E(m)=W(m)·m0c2- m0c2 (3)

Ezt behelyettesítve az (1) jobb oldalának első zárójeles kifejezésébe:

**(E+m0·c2)**=( W·m0c2- m0c2+ m0c2) = **W·m0c2** (4)

illetve az (1) jobb oldalának első zárójeles kifejezésébe is behelyettesítve:

(Em-E)2=(Wm·m0c2- m0c2- (W·m0c2- m0c2))2= (Wm·m0c2- m0c2- W·m0c2+ m0c2)2 =( Wm·m0c2- W·m0c2)2 ,

 **(Em-E)2**= (m0c2(Wm-W))2 , azaz

 $(E\_{m}- E)^{2}=m\_{0}^{2}c^{4}(W\_{m}-W)^{2}$ (5)

Ezeket visszahelyettesítve az (1)-be:

**N(E)**=K·p·W·m0c2·$m\_{0}^{2}c^{4}(W\_{m}-W)^{2}$·F(Z,E)·S(E)= **K·p· W·**$m\_{0}^{3}c^{6}$**.**$ (W\_{m}-W)^{2}$**· F(Z,E)·S(E),** azaz

 **N(E)** = **K·p· W·**$m\_{0}^{3}c^{6}$**.**$ (W\_{m}-W)^{2}$**· F(Z,E)·S(E)** (6)

Erre szeretnénk egy egyenest illeszteni…

Figyelembe véve, hogy

W2=p2+1 (7)

és felhasználva a módosított módosított Fermi-függvényt:

 $ F=G\frac{w}{p}$ (8)

(a függvény G értékeit a jegyzet végén lévő táblázat tartalmazza, ) behelyettesítve a (6)-ba, úgy, hogy közben mindkét oldalt osztjuk $m\_{0}^{4}c^{6}$-al, az alábbit kapjuk:

N(E)=K’·p·W ·(Wm-W)2·$ G\frac{W}{p}·$S (9)

Látszik, hogy P kiesik. Ha S·GW2-el osztunk és gyököt vonunk az egyenletből, (ezeket vesszük figyelembe a K’’-vel), akkor az:

 $\frac{\sqrt{N}}{\sqrt{G} W}$ = K’’(Wm – W) (10)

összefüggést kapjuk, ami egy negatív meredekségű egyenes. Ennek az x tengellyel való metszéspontja a Wm, a β-bomlás maximális kinetikus energiája. Ez jellemzi az illető átmenetet. (Minket a csak metszéspont érdekel, ezért osztottunk olyan bátran a levezetés folyamán.)

 Az irodalom a módosított Fermi-függvényt G(p) formában adja meg. Az egyenes illesztéshez a G(W) függvény kell, (7), ezért keresni kell egy megfelelő matematikai illesztést (célszerűen egy hatványfüggvényt). Ilyenkor a minél jobb R2 szerint választjuk ki a függvényt, vagy függvényeket.

A módosított Fermi – Fermi-Kurie – függvény G(p) értékei:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  **P** |  |  |  |
| **0,0** | **2,848** | **6,591** |  |
| **0,1** | **2,845** | **6,582** |  |
| **0,2** | **2,835** | **6,552** |  |
| **0,3** | **2,825** | **6,506** |  |
| **0,4** | **2,822** | **6,448** |  |
| **0,5** | **2,830** | **6,387** |  |
| **0,6** | **2,844** | **6,329** |  |
| **0,7** | **2,862** | **6,275** |  |
| **0,8** | **2,881** | **6,224** |  |
| **0.9** | **2,898** | **6,177** |  |
| **1.0** | **2,913** | **6,132** |  |
| **1,2** | **2,937** | **6,046** |  |
| **1,4** | **2,951** | **5.964** |  |
| **1,6** | **2,958** | **5,886** |  |
| **1,8** | **2,960** | **5,812** |  |
| **2,0** | **2,958** | **5,742** |  |
| **2,2** | **2,954** | **5,675** |  |
| **2.4** | **2,948** | **5,612** |  |
| **2,6** | **2,941** | **5,553** |  |
| **2,8** | **2,933** | **5,496** |  |
| **3,0** | **2,925** | **5,443** |  |
| **3,5** | **2,904** | **5,323** |  |
| **4,0** | **.2,884** | **5,217** |  |
| **4.5** | **2,864** | **5,123** |  |
| **5,0** | **2,845** | **5,039** |  |
| **6,0** | **2.811** | **4,895** |  |
| **7,0** | **2,781** | **4,774** |  |
| **8,0** | **2,754** | **4,671** |  |
| **9,0** | **2,731** | **4,582** |  |
| **13,0** | **2,656** | **4,311** |  |
| **15,0** | **2.62Y** | **4,209** |  |

Több béta bomlás együttes detektálásakor a Fermi-Kurie görbén törések jelentkeznek. Ekkor a kiértékelést a legnagyobb energiájú bomlással kezdve annak Fermi-Kurie egyenesét levonhatjuk a spektrumból, és így a következő alacsonyabb energiájú béta-bomlás maximális energiáját a visszamaradó részből meghatározhatjuk.