

# Bevezetés a kvantumfizikába: kiegészítő alfejezetek

Patkós András<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Atomfizikai Tanszék, Eötvös Loránd Tudományegyetem, H-1117 Budapest

---

## 1 Atomi állapotok manipulálása üregrezonátorral

2012-ben Serge Haroche és David Wineland olyan alapvető kísérleti eljárások kidolgozásáért nyerték el a Nobel-díjat, amelyekkel egyedi kvantumrendszereken lehetséges mérések végzése, illetve azok állapotának ellenőrzött megváltoztatása.

Díjazott kísérleti módszereik bemutatásához néhány kvantumjelenség rövid előzetes ismertetése szükséges.

*Cirkuláris Rydberg-atom:* Ha egy atom külső elektronjainak egyikét nagy  $n$  főkvantumszámú állapotba gerjesztik, akkor ez az elektron a leányékkolt mag és a körülötte kialakult elektronfelhő együttesét közelítőleg egységnyi pozitív töltésű erőcentrumként észleli. Ha perdületüket is az  $l \approx n$  nagy érték jellemzi, akkor a hidrogénszerű állapotfüggvényükből számított valószínűség-sűrűség nullától lényegesen különböző értékeivel kirajzolt tértartomány egyre jobban hasonlít a Bohr-modell pályáira, amelyek sugara az

$$r_{Ry} = \frac{n^2 \hbar^2}{4\pi\epsilon_0 e^2 m} \quad (1)$$

képlet szerint változik. Pl. Rb-atomot megfelelő hullámhosszú lézerefénnyel bevilágítva elérhető az  $n = 50$  állapot létrejötte, amelynek 125 nm az átmérője.

*Rabi-oszcilláció:* Alkalmos frekvenciával rezgő külső elektromos erőtérbe helyezve, nagy valószínűsége van annak, hogy a Rydberg-atom elnyel egy fotont és átlép az  $n + 1 = 51$  főkvantumszámú állapotba. Miután a magasan gerjesztett állapotok energiakülönbsége gyorsan csökken  $n$ -nel, ezért igen keskeny sáv szélességű lézerefényre van szükség. Haroche és munkatársai 1996-ban szupravezető nióbbiumból (Nb) készítettek egy üregrezonátort

---

*Email address:* patkos@hector.elte.hu (Patkós András).

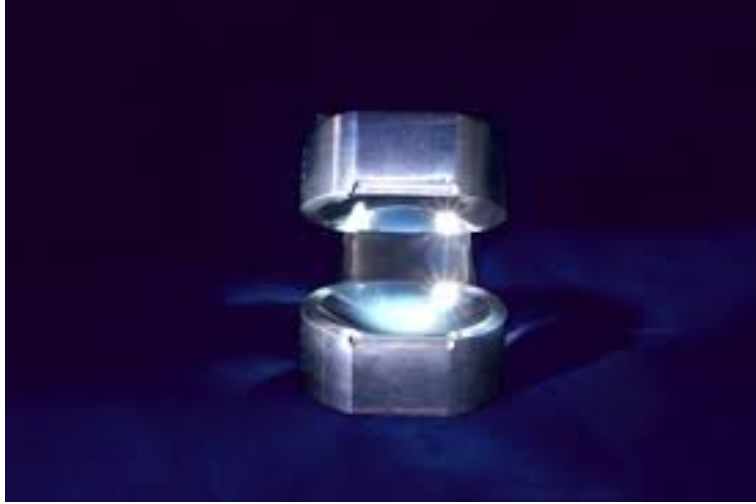


Fig. 1. Az áthaladó atomok manipulálására két, egymástól 2,7 cm-re eltávolított félgömbből álló nyitott rezonátor alkalmas, amelynek félgömbjei között többszáz milliszekundumon át verődnek oda-vissza az MHz frekvenciatartományban betáplált fotonok, mielőtt elnyelődnek.

(lásd 1. ábra), amelynek rezonancia frekvenciája éppen egyezett az  $51 \leftrightarrow 50$  átmenet

$$\hbar\omega_{n,n+1} = 13,6 \text{ eV} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right), \quad n = 50 \quad (2)$$

egyenlőségből számolható frekvenciájával. Az üreget nagyon alacsony,  $T=0,8 \text{ K}$  hőmérsékleten működtetve, a véges élettartamú gerjesztett állapotból emittált foton hosszú élettartammal tud a rezonátorban továbbrezegni. Ez idő alatt nagy valószínűséggel bekövetkezik a fordított folyamat, az  $50 \rightarrow 51$  átmenet. Ezután újra kezdődik a most ismertetett ciklus, amelynek fennmaradását a fotonnak az üreg falában történő elnyelése korlátozza. A leírt periodikusan ismétlődő eseménysor a Rabi-oszcilláció, amely matematikailag a kvantummechanikai állapotfüggvény oszcillációját jelenti a két állapot között:

$$\Phi(t) = \phi_e \cos(\omega_{50,51}t/2) + \phi_g \sin(\omega_{50,51}t/2), \quad (3)$$

ahol  $\phi_e$  az  $n = 51$ ,  $\phi_g$  pedig az  $n = 50$  kvantumszámú állapot hullámfüggvényének helyfüggő része. Fontos jellemzője ennek a lineárkombinációnak a külső elektromágneses térrel intenzív kölcsönhatást eredményező jelentős elektromos dipólmomentuma.

Ha a  $\phi_e$  kezdőállapotú atom  $\tau$  idő alatt repül át a rezonátoron, akkor állapotfüggvényének fázisa  $\delta = \omega_{50,51}\tau$  fázisszöggel tolódik el és állapotát kilépéskor a

$$\Phi(\tau) = \phi_e \cos(\delta/2) + \phi_g \sin(\delta/2) \quad (4)$$

kombináció adja meg. A lineárkombináció szabályozhatósága az alapja az atomok manipulációjára alább bemutatandó példáknak.

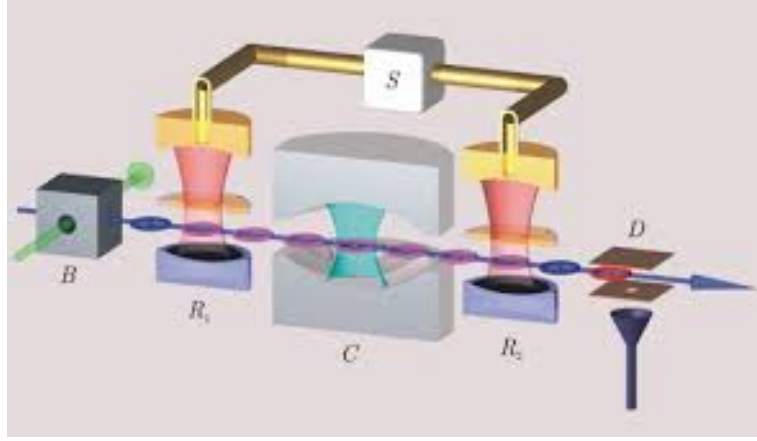


Fig. 2. Az  $n = 0, 1$  fotonszám megállapítására konstruált elrendezés, amely a mérés során nem változtat a fotonszámon. Az  $S$  mikrohullámú forrás táplálja a mérő atomokat preparáló  $R_1$  és az atomoknak a  $C$  üreg fotontartalmától függően megváltozott állapotát analizáló  $R_2$  rezonátorokat.

### 1.1 Fotonszám mérése foton-elnyelés nélkül

Hagyományosan fotonokat úgy számlálnak, hogy ezt az információt az intenzitással arányos számú foton elnyelésével a számukkal arányos elektromos jelbe konvertálják. Ezzel az eljárással viszont a megváltozik a fotonszám, azaz a mérés egyben megsemmisíti annak tárgyát. Az atomok állapotának kvantumszintű szabályozása lehetővé teszi a rombolásmentes fotonszám-mérést.

Mi történik az atommal, ha elhangolt frekvenciájú üregrezonátoron vezetik keresztül? Ekkor elnyelés helyett atom-foton szórás következik be, amely a hullámfüggvényen fázistolást okoz:

$$\Psi_{\text{kezdő}} = \alpha\phi_e + \beta\phi_g \rightarrow \Psi_{\text{kilépő}} = \alpha\phi_e e^{i\delta_e} + \beta\phi_g e^{i\delta_g}. \quad (5)$$

Az ütközések száma arányos az üregrezonátor elektromágneses terének erősségével, azaz a fotonok számával. A fázistolás szöge ezért érzékeny a fotonszámra. Az alábbiakban a nem-destruktív mérésnek azt a történetileg első változatát ismertetjük, amelyben az  $n = 0$  és az  $n = 1$  foton tartalmazó állapotot ezen jellemző adat megváltoztatása nélkül sikerült egyértelműen megkülönböztetni.

A 2. ábrán látható  $B$  jelű atomcsapdában lézerrel az  $n = 51$  Rydberg-állapotba gerjesztik az atomsugarat, azaz az  $R_1$  rezonátorba  $\phi_e$  állapotú atomok lépnek be. Az atomok  $R_1$ -ben az  $e \leftrightarrow g$  átmenetet megvalósító frekvenciájú elektromágneses térrel  $\delta = \pi/2$  fázistolást kapnak, azaz

$$\Psi(R_1) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_e + \phi_g). \quad (6)$$

Az elhangolt  $C$  rezonátorban a fotonszám változása nélküli szórási folyamat zajlik, ha nem nulla benne az elektromágneses tér. Az elhangolás mértékét lehet úgy szabályozni, hogy a két állapotbeli szórási fázistolás különbsége éppen  $\pi$  legyen. Ekkor a  $C$  rezonátorból

kilépve

$$\Psi(C, n = 1) = \frac{e^{i\delta_g}}{\sqrt{2}}(-\phi_e + \phi_g), \quad \Psi(C, n = 0) = \Psi(R_1). \quad (7)$$

Az  $R_2$  rezonátorban újabb  $\delta = \pi/2$  szögű fázistolás történik. Ha nem volt foton  $C$ -ben, akkor a manipuláció hatására a végállapot tisztán  $\phi_g$ . Ha ott volt a foton, akkor az állapot  $R_2$ -beli fejlődése  $\Psi(C, n = 1)$ -ből indul:

$$\Psi(R_2) = \frac{e^{i\delta_g}}{\sqrt{2}} [\cos(\pi/4)(-\phi_e + \phi_g) + \sin(\pi/4)(-\phi_e - \phi_g)] = -e^{i\delta_g}\phi_e. \quad (8)$$

Ezután az atomokat detektáló  $D$  eszköz segítségével eldönthető, hogy van-e foton  $C$ -ben. Ha  $\phi_e$  állapotot mér, akkor  $n = 1$ , ha  $\phi_g$ -t, akkor  $n = 0$ . A mérés pedig nem változtatott a fotonszámán. Ezt az elvet finomították tovább tetszőleges (kis)számú foton nem-romboló megszámlálására.

## 1.2 Két atom állapotának összefonása

A két atom, amelynek állapotát az alább ismertetendő eljárással összefonott állapottá alakították, kezdetben szorzat-állapotban indul:

$$\Psi(t = 0) = \Phi(e_1, g_2, n_{foton} = 0) = \phi_e(1)\phi_g(2)\psi_0(foton), \quad (9)$$

azaz az első atom a magasabbra gerjesztett, a második az alacsonyabb energiájú állapotban, a fotontér pedig gerjesztésmentes állapotában van. Első lépésként az első atomot úgy vezetik át a nióbbium-üregben, hogy a  $t_1$  repülési idő alatt  $\delta = \pi/2$  fázistolást kapjon. Kilépéskor tehát

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_e(1)\psi_0(Photon) + \phi_g(1)\psi_1(Photon)) \quad (10)$$

lineárisan kombinált állapotba került. Ahhoz a komponenshez, amely  $\phi_g$ -be megy át, szükségképpen társul az üregben egy kisugárzott elektromágneses kvantum. Ennek frekvenciája épp kielégíti az üreg rezonancia-feltételét és így hosszú élettartamra tesz szert (2006-ra S. Haroche csoportja elérte a 130 ms-ot, azaz a foton a rezonátor két félgömbje között "pattogva" 40.000 km-es utat tett meg elnyelődése előtt). Tehát az első atom preparálása után, a második elindítása előtt a teljes rendszer állapota a következő:

$$\Psi(t = t_1) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Phi(e_1, g_2, n_{photon} = 0) + \Phi(g_1, g_2, n_{photon} = 1)). \quad (11)$$

Ez már összefonott állapot: az első atom és az üregbeli elektromágneses tér kvantumállapota van összefonva. A második atom áthaladási sebességét a rezonátoron az elsőnek felére választják meg:  $\omega_{50,51}t_2/2 = \pi/2$ . Miután a  $g_2$  állapotból indul, annak együtthatója nullára csökken, viszont az  $e_2$  állapot együtthatója egységre nő. Ez csak úgy történhet meg, ha a második atom fotont vesz fel. Erre az előző lineárkombináció második tagjában van csak esély, az első taggal tehát ebben a lépésben nem történik változás, hiszen abban az

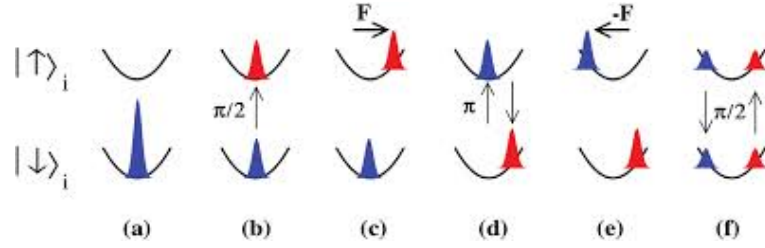


Fig. 3. Az oszcillátor és az elektronikus szabadsági fokok összefonó állapotára vezető manipuláció-sorozat

állapotban rezonátor üres:

$$\Psi(t = t_1 + t_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\Phi(e_1, g_2, 0) + \Phi(g_1, e_2, 0)]. \quad (12)$$

Elértük a kitűzött célt: immár a két atom állapota van összefonva.

### 1.3 Csapdázott ion transzlációs és elektronikus szabadsági fokának összefonása

Az ioncsapdába fogott  $Be^+$  ion nyugalmi helyzete körüli kis elmozduláskor harmonikus oszcillátor potenciált érez. Ennek alapállapotában Gauss-függvény írja le állapotának helyfüggését. Ugyanakkor elektronfelhője szelektíven gerjeszthető és üregrezonátorba helyezve kétállapotú rendszerként közelíthető, amelynek állapotait a  $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$  állapotvektorokkal jelöljük. Az alábbiakban grafikusán és képletekkel is végigkísérjük azt a manipulációsort, amelynek eredményeként az oszcillátor és az elektronikus gerjesztési szabadsági fokok összefonó állapotba kerülnek. Ez az eljárás szerepel David Wineland Nobel-díjjal elismert eredményeinek felsorolásában.

Kiindulás: Az ion természetes állapotát a csapda középpontja körül centrált Gauss-függvény és  $|\downarrow\rangle$  adja meg (lásd 3.(a) ábra!). Képlettel:  $\Phi = |\downarrow\rangle\Psi_0(0)$ , ahol  $\Psi$  argumentuma a Gauss-függvény centrumának helyzetét adja.

1. lépés: Egy alkalmas frekvenciájú rezonátor üzemeltetésével  $\delta = \pi/2$  fázistolást idézünk elő. Ekkor a  $|\uparrow\rangle$  és  $|\downarrow\rangle$  állapotok egyenlő súlyú szuperpozíciója jön létre (lásd 3.(b) ábra!), az oszcillátor szabadsági fok állapota változatlan. Képlettel:

$$\Phi = (|\downarrow\rangle + |\uparrow\rangle)\Psi_0(0)/\sqrt{2}.$$

2. lépés: Lézerimpulzust alkalmaznak olyan frekvenciával, amelyet csak  $|\uparrow\rangle$  tud elnyelni. Az ehhez az állapothoz tartozó Gauss-görbével jellemzett oszcillátor állapot az elnyelt impulzus hatására eltolódik az oszcillátor potenciálban a  $+x_0$  pontba. Ennek az állapotnak a neve *koherens állapot*. Az előző állapot-kombináció másik tagjának kifejezése változatlan. E manipuláció végeredménye a 3.(c) ábrán látható. Képlettel:

$$\Phi = (|\downarrow\rangle\Psi_0(0) + |\uparrow\rangle\Psi_0(+x_0))/\sqrt{2}$$

3. lépés: Rabi-oszcillációs szakasz, amelyben  $\delta = \pi$  szögű fázistolás történik. Ennek hatására  $|\uparrow\rangle \leftrightarrow |\downarrow\rangle$ , azaz az elektronikus állapotfüggvények kicserélődnek: 3.(d) ábra. Képlettel:

$$\Phi = (|\downarrow\rangle\Psi_0(+x_0) + |\uparrow\rangle\Psi_0(0))/\sqrt{2}$$

4. lépés: Ellenkező irányú lézerimpulzussal ellenkező irányú kitérést érnek el az elektronikusan gerjesztett komponensre a  $-x_0$  pontba: 3.(e) ábra. Képlettel:

$$\Phi = (|\downarrow\rangle\Psi_0(-x_0) + |\uparrow\rangle\Psi_0(+x_0))/\sqrt{2}$$

5. lépés: Rabi-oszcillációs mikrohullámú impulzus  $\delta = \pi/2$  fázistolással: 3.(f) ábra. Az eredmény a teljesen összefont koordináta és elektronikus állapot:

$$\Phi = \frac{1}{2} [|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle] [\Psi_0(-x_0) + \Psi_0(+x_0)]. \quad (13)$$

A pontos matematikai tárgyalás fázisfaktor együtthatókat hoz be az egyes tagok elé. Ezt a fizikai szemléletesség érdekében az ismertetésben negligáltam.

## 2 A kvantum hőerőgép

A nanoméretű hűtőgépek tökéletesítésével lehetségessé vált  $T_m=2,7$  K hőmérsékletű nanoméretű lapkák létrehozása. Egy ilyen objektum tulajdonságai esetében már dominálnak a kvantumfluktuációk. A lehűtött lapkákkal zárva le egy hasáb geometriájú mikroüreg egyik végét, csatolás jön létre a lapka rugalmas rezgési szabadsági foka és az üreget kitöltő elektromágneses tér között.

Az  $N_{dof} = 2$  szabadsági fokú rendszer alkalmas a motorok világából ismert Otto-körfolyamat (lásd 4. ábra!) mikroskálájú megvalósítására. A befektetett hőenergiából nyert mechanikai munka határfokát a termodinamika érvényességét feltételezve ki lehet számolni, illetve majd a jövőben meg is mérhető. Ennek alapján eldönthető, hogy a kvantumos jelenségek világában érvényben marad-e a termodinamika? Az elméleti vizsgálatok eddig ellentmondásos eredményekre vezettek. Egyes kvantumelméleti elemzések szerint sérül a határfok Carnot-képlete, mások szerint a két kvantum szabadsági fokú rendszerben is érvényesek a termodinamikai törvények. A témában közölt cikkek a fizikai kutatások egyik igen érdekes irányzatát képviselik. Alább a "Quantum Optomechanical Heat Engine" címmel megjelent cikket ismertetem (szerzők: K. Zhang, F. Bariani és P. Meystre; Phys. Rev. Lett. **112** (2014) 150602).

A nanoméretű rezonátor  $\omega_c$  frekvenciájú gerjeszthető módusát egy  $\omega_p$  frekvenciájú pumpáló lézer táplálja. Hatására  $\alpha$  átlagértékű elektromágneses tér van jelen, amelynek idealizáltan nullának vehető a hőmérséklete. A rezonátor mozgatható rugalmas véglapjának helyzetét a külső nyomás és a fotonok fény-nyomásának egyensúlya állítja be. A záró véglap  $\omega_m$

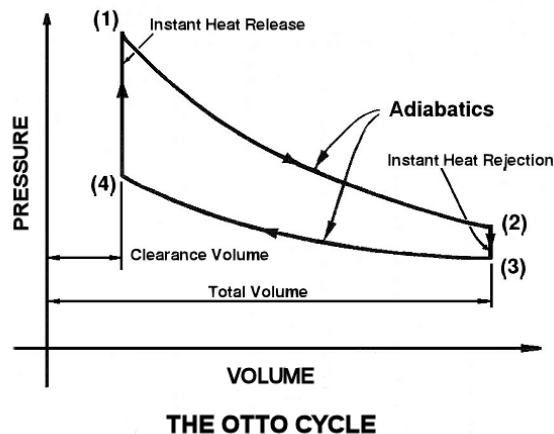


Fig. 4. Az Otto-motorok állandó térfogaton égetik el az üzemanyagot ( $4 \rightarrow 1$ ) és a dugattyú mozgásával változó térfogat adiabatikus folyamatként modellezhető ( $1 \rightarrow 2$ ).

frekvenciájú mechanikai rezgést tud végezni és egy mikrohűtővel  $T_m$  hőmérsékleten tartható. A kvantumos leírást az elektromágneses és a mechanikai átlagos rezgéshez képesti ingadozásokra alkalmazzák.

A körfolyamat megvalósításának megértéséhez vizsgálni kell előbb a csatolt oszcillátor-rezonátor rendszer kvantumos ingadozásait leíró Hamilton operátor sajátértékeit. A sugárzási tér kvantumainak számát az  $a^\dagger, a$  keltő és eltüntető operátor pár változtatja, a mechanikai oszcillátorét a  $b^\dagger, b$  pár. Ezekkel a Hamilton-operátor a következő alakú:

$$H = -\hbar\Delta_r a^\dagger a + \hbar\omega_m b^\dagger b + \hbar G(b^\dagger + b)(a^\dagger + a). \quad (14)$$

A  $-\Delta_r$  csatolás arányos a pumpáló és a rezonancia frekvencia különbségével, azaz a rezonátor elhangoltságával. Az elhangoltság csökkentése a rezonátor gerjesztettségének (foton populációjának) a növekedését eredményezi. A kísérleti vizsgálatok szerint negatív elhangoltság esetén stabil a csatolt rendszer működése. A szabad mechanikai rezgést jellemző  $\omega_m$  frekvencia nem függ a rezonátor tulajdonságaitól. Az utolsó tag írja le a két változó csatoltságát.

Tanulságos  $H$  sajátértékeinek tanulmányozása az elhangoltságot jellemző  $-\Delta_r$  függvényében. Miután a kétfajta kvantum közötti csatolás négyzetesen tartalmazza  $a$ -t és  $b$ -t, ezért ez a Hamilton-operátor is egzaktul diagonalizálható:

$$H = \hbar\omega_A A^\dagger A + \hbar\omega_B B^\dagger B. \quad (15)$$

Az 5. ábrán a két sajátérték függését mutatjuk be  $\Delta_r/\omega_m$ -től. Nagy negatív értékeire  $\omega_A$  lineárisan függ ettől a változótól, míg  $\omega_B$  függetlennek mutatkozik attól. Csatlós hiányában a két mennyiség  $\Delta_r/\omega_m = -1.0$ -nél metszené egymást, de a csatlós miatt ott a két sajátérték elkerüli a szintek metszését, köztük  $\sim 2G$  nagyságú rés nyílik. A  $\Delta_r/\omega_m > -1.0$  tartományban az  $\omega_B$  sajátérték függ lineárisan  $\Delta_r/\omega_m$ -től. Úgy is jellemezhető a változás, hogy a  $\Delta_r/\omega_m > -1.0$  tartományban a "B"-gerjesztés fotonyszerű, míg a -1-

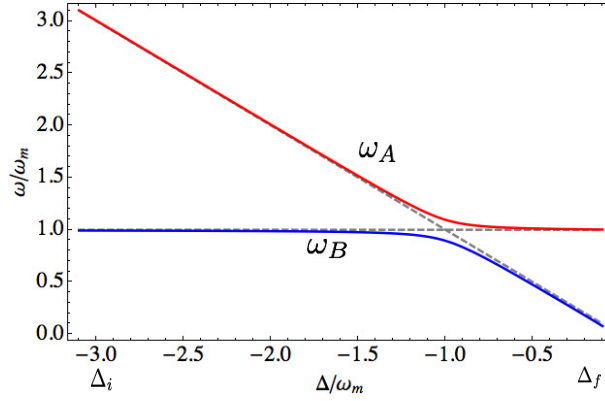


Fig. 5. Csatolt mechanikai és elektromágneses oszcillátor rendszerben fellépő szintkereszteződésnél kisebb értékekre mechanikai jellegű fonon. Ez a váltás komplementer  $\omega_A$  jellegének változásaival. A két sajátállapotot *polariton*nak nevezték el.

Az Otto-ciklust kizárólag a  $B$ -polariton jelenlétét feltételezve írjuk le, elhanyagolva az  $A$ -polariton esetleges gerjesztését. A kezdőállapotban a rezonátor  $B$ -terét a  $\langle B^\dagger B \rangle$  várható érték nem nulla értéke jellemzi az átlagtér fölött.  $-\Delta_r$  értéke legyen  $\lambda_0$  és az elhangoltságot jellemző  $\lambda_0/\omega_m \gg 1$  hányados mélyen a fonon-tartományban tartja a fluktuációkat.

A körfolyamat **1. lépésében**  $\tau_1$  idő alatt az elhangolást átviszik a  $\lambda_1/\omega_m \ll 1$  tartományba, aminek hatására a rezonátor módus gerjesztődik, megnő az átlagos fénynyomás, amelynek következtében megnő a rezonátor térfogata. Az áthangolást úgy kell elvégezni, hogy adiabatikus (*izentropikus*) legyen a tágulás, ami azt a követelményt jelenti, hogy  $\langle B^\dagger B \rangle$  értéke ne változzon. Azonban a lépést követően fonon-szerű gerjesztések helyett foton-szerű viselkedést mutatnak a  $B$ -kvantumok. Az izentropikus tágulás során a rendszer munkát végez, amint az a 6. ábra bal oldalán az 1)-gyel jelölt szakaszon látható. A jobb oldali ábrán képszerűen látszik, hogy a kezdő állapottól az első lépésben létrejövő állapot három vonatkozásban tér el:

- megnőtt a térfogata,
- megnőtt a rezonátor módus amplitudója (megnőtt a fotonszám),
- lecsökkent a rugalmas lap rezgési amplitudója (csökkent a fononszám).

Ahhoz, hogy a folyamat termodinamikailag adiabatikus legyen, a  $\tau_1$  időnek jóval rövidebbnek kell lennie a foton és a mechanikai rezgési fonon kvantumok természetes csillapodását jellemző karakterisztikus időskáláknál:  $\tau_1 \ll 1/\kappa, 1/\gamma$ . Ugyanakkor elég hosszúnak kell lennie ahhoz, hogy a fluktuációs kvantumoknak fonon-szerű kezdő jellege átalakulhasson foton-szerűbe:  $\tau_1 \gg 1/(2G)$ .

A **2. lépésben** a foton-szerűvé vált polariton elveszíti a fononok magasabb átlaghőmérsékletéhez tartozó energiáját, azaz termalizálódik. Ennek feltétele, hogy  $\tau_2 \gg 1/\kappa$ . A relaxáció disszipációval megy végbe, azaz a rendszer hőt bocsát ki, ahogy az a 6. ábra bal oldali rajzán a 2) jelű szakaszon meg is van jelölve. Ez a  $B$ -kvantumok számának csökkenésével jár, amit a 2) folyamatból kialakuló hullámállapot kisebb amplitudója jelez



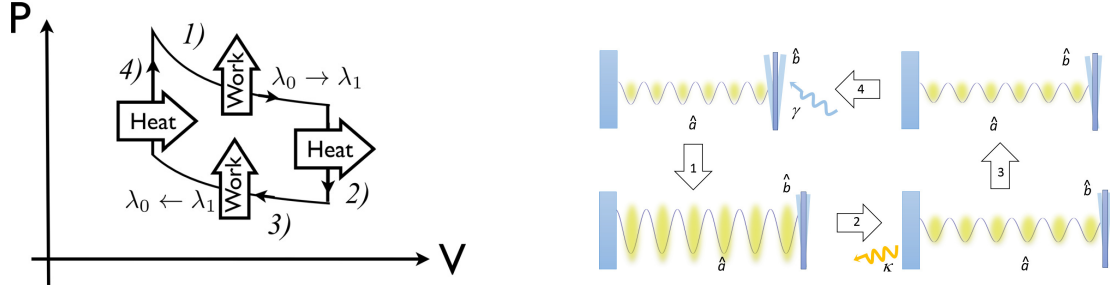


Fig. 6. A kvantum Otto-ciklus ábrázolása a p-V síkon (bal oldalon) és grafikus szemléletességgel (jobb oldalon)

az ábrán. Ha a foton-gerjesztések relaxációja jóval nagyobb ütemben zajlik, mint a mechanikai gerjesztés kialakulása ( $\kappa \gg \gamma$ ), akkor a fotonok energia disszipációja során nem történik érdemi térfogatváltozás (*izokór* folyamat).

A **3. lépésben** az elhangolás mértékét visszaállítják kezdeti értékére:  $\lambda_1 \rightarrow \lambda_0$ . Ezzel a rendszer nyomása csökken, ami a térfogat lecsökkenéséhez vezet. A visszahangolás tehát a rendszeren történő munkavégzéssel jár (lásd 6. ábra 3) szakasza!). Ennek izentropikus jellegét  $\tau_3$ -ra ugyanazokkal a feltételekkel lehet biztosítani, mint az 1) lépésben. Ugyanakkor az újra fononszerűvé alakult gerjesztések végső száma ez után a szakasz után kisebb, mint a teljes folyamat kezdetén volt.

A **4. lépéssel** a rugalmas lapkát a meleg ( $T_M=2,7$  K) hőtartállyal hozzák kapcsolatba, amely helyreállítja a kiinduló (nagyobb) fononszerű polaritonszámot. Ez a folyamat állandó térfogaton zajlik (bal oldali diagram 4) szakasza!) és eredményeképpen a rendszer visszatér kiinduló állapotába. Ehhez a  $\tau_4 \gg 1/\gamma$  feltételnek kell teljesülnie.

A változtatási időhosszak és a karakterisztikus termalizációs idők bonyolult egyenlőtlenység-rendszere sejteti, hogy a javasolt séma megvalósítása nem könnyű feladat. Ezzel most nem törődve, megvizsgáljuk a rendszer hasznos munkavégzési hatásfokát. A termodinamikai összefüggések érvényességét elfogadva, "makroszkopikus" hatásfokot az alábbiak szerint tudunk definiálni.

A  $B$ -alrendszer belső energiájának megváltozása az első adiabatikus lépésben az általa végzett munka ellentettje:

$$L_1 = -N_{Bi}\hbar(\omega_{Bf} - \omega_{Bi}). \quad (16)$$

A 2. lépésben leadott hő mennyisége:

$$Q_2 = \hbar\omega_{Bf}(N_{Bf} - N_{Bi}). \quad (17)$$

A 3. lépésben az első lépésre vonatkozó képlettel analógiában érvényes

$$L_2 = -N_{Bf}\hbar(\omega_{Bi} - \omega_{Bf}), \quad (18)$$

csakúgy mint a 4. lépésben, amikor a hőfelvétel a 2. lépéssel analóg módon értékelhető :

$$Q_4 = \hbar\omega_{Bi}(N_{Bi} - N_{Bf}). \quad (19)$$

A hatásfok a teljes munka ( $L_1 + L_3$ ) aránya a felvett hő mennyiségéhez ( $Q_4$ ):

$$\eta = \frac{L_1 + L_3}{Q_4} = 1 - \frac{\omega_{Bf}}{\omega_{Bi}}. \quad (20)$$

A hatásfoknak közvetlenül a kvantumdinamikára alapozott kiszámításával vagy majdani mérésekkel történő összehasonlítással lesz eldönthető, hogy a termodinamika érvényességi tartománya kiterjeszthető-e a mikroobjektumokkal véghezvitt körfolyamatokra.

### 3 Kvantum képkeltés

Egy  $f(x, y)$  elektron-oszlopsűrűséggel jellemezhető lemezre érkező  $A$  amplitúdójú síkhullám  $T(x, y)e^{i\gamma(x, y)}$  amplitúdóval halad tovább. Itt a  $0 < T(x, y) < 1$  valós együttható a nyaláb intenzitásának gyengülését írja le, aminek oka a lemezben elnyelődő vagy abból kiszóródó fotonveszteség. A kiszóródás valószínűsége  $1 - T^2(x, y)$  adja meg a lemez  $(x, y)$  pontjában. A felfogó ernyőn kialakuló  $T^2(x, y)A^2$  intenzitáseloszlás akkor hívható képnek, ha  $T^2(x, y) \sim f(x, y)$ . Ez nemcsak fotonokkal valósítható meg, de így működik áteső sugárzás üzemmódban a 3.5 alfejezetben bemutatott pásztázó elektronmikroszkóp is.

A kvantum képkeltést olyan nyalábbal valósítják meg, amelyik nem is szóródik a tárgy-lemezen. Erre a lehetőséget az azonos állapotú objektumok kvantummechanikai megkülönböztethetlensége adja.

A leképező elrendezést a Mach-Zehnder interferométer (lásd 1.1 alfejezet, 13. oldal!) megszozott elrendezésébe illesztették bele. A  $h$  ág, illetve a  $g$  ág végében elhelyezkedő detektorokban a  $c$  és  $e$  jelzetű pályaszakaszokra érkező amplitúdók hozzák létre az interferenciát (sárga színezésű vonalak).

A  $c$  szakaszra érkező foton-amplitúdó megállapításához tekintsük a  $BS1$  nyalábosztó utáni  $a$  szakaszon érkező  $A/\sqrt{2}$  amplitúdójú,  $\lambda_a = 532\text{nm}$  hullámhosszú foton nyaláb fejlődését az  $NL1-D1-T2$  útvonalon. Az  $NL1$  nemlineáris kristály (lásd 6.1 alfejezet, 92-94. oldal!) felhasítja a ráeső fotont  $\lambda_c = 810\text{nm}$  és  $\lambda_d = 1550\text{nm}$  hullámhosszú két fotonra. A kialakuló állapot amplitúdóját  $A_c \times A_d$ -vel jelöljük. Ezen az ágon végül a jelzetlen tükörtől visszaverődéskor  $A_c$  kap egy  $i$  fázist. Ahhoz, hogy a  $c$  ágon érkező foton amplitúdóját pontosan megadjuk, végig kell követnünk a  $d$  karon induló amplitúdót is (barnászvörös vonal). A  $D1$  dikroikus tükör csak ezt a hullámhosszt tükrözi, tehát ott az  $A_d$  amplitúdó kap egy  $i$  fázisszorozót. Ezután szóródik a tárgyon, amelynek hatására a továbbhaladó amplitúdó  $iTe^{i\gamma}A_d/\sqrt{2} + \sqrt{1 - T^2}A_{veszt}$  alakú lesz. Végül két dikroikus tükrözés ( $D2$  és  $D3$ ) irányítja kilépését a berendezésből. Tehát a  $BS2$ -vel történő detektálást megelőzően a  $c$  szakaszhoz rendelhető kétfotonos állapot

$$\mathcal{A}_c = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ -iTe^{i\gamma}A_d + \sqrt{1 - T^2}A_{veszt} \right] \times iA_c, \quad (21)$$

ahol egyetlen állapotba sűrítettük a kiszórási folyamatokkal elvesztett részét az amplitúdónak.

Az  $e$  karon érkező foton-amplitudót a  $b$  karra leosztott  $iA/\sqrt{2}$  amplitudó haladását követve adhatjuk meg (zöld színezésű vonal). Az újabb tükrözés okán az  $NL2$  nemlineáris kristályra  $-A/\sqrt{2}$  amplitudó kerül, amelyből a felhasítást követően a  $-A_e \times A_f/\sqrt{2}$  szorzat állapot jön létre. Mindezek alapján az

$$\mathcal{A}_e = -\frac{i}{\sqrt{2}}A_e \times A_f \quad (22)$$

állapot jön létre. A két járulékból a szokásos fázisszorozókkal képezhető a  $h$ , illetve a  $g$  karra érkező kétfotonos állapot:

$$\mathcal{A}_h = \frac{1}{\sqrt{2}}[\mathcal{A}_e + i\mathcal{A}_c], \quad \mathcal{A}_g = \frac{1}{\sqrt{2}}[i\mathcal{A}_e + \mathcal{A}_c]. \quad (23)$$

Most vehető figyelembe, hogy az  $A_c$  és  $A_e$  amplitudók ugyanannak a fotonnak két lehetséges útját jelölik, amire a közös  $A_{jel}$  jelölés vezethető be. Ezzel

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_h &= \frac{i}{2} \left[ T e^{i\gamma} A_d - A_f + \sqrt{1-T^2} A_{veszt} \right] \times A_{jel}, \\ \mathcal{A}_g &= \frac{1}{2} \left[ T e^{i\gamma} A_d + A_f + \sqrt{1-T^2} A_{veszt} \right] \times A_{jel}. \end{aligned} \quad (24)$$

Ha az  $A_d$  és az  $A_f$  állapotú foton-amplitudók különböznek, akkor a kapcsolódó detektorokkal koincidenzában mérve  $A_{jel}$ -et, megtudható melyik nemlineáris kristályból jött a jel, ezért nincs interferencia: a zárójelben szereplő állapotok együtthatói abszolút értéknégyzeteinek összege adja az egyes detektorok megszólalási valószínűségeit.

Ha a  $D2$  dikroikus tükör segítségével az  $A_d$  fotont tökéletesen párhuzamosítják a  $A_f$ -fel, az  $NL2$  hatására keletkező  $\lambda_d$  hullámhosszú komponens megkülönböztethetetlen lesz a  $d$ -ről érkezőtől, amplitudójukat közösen  $A_{elrejt}$ -tel jelöljük:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_h &= \frac{i}{2} \left[ (T e^{i\gamma} - 1) A_{elrejt} + \sqrt{1-T^2} A_{veszt} \right] \times A_{jel}, \\ \mathcal{A}_g &= \frac{1}{2} \left[ (T e^{i\gamma} + 1) A_{elrejt} + \sqrt{1-T^2} A_{veszt} \right] \times A_{jel}. \end{aligned} \quad (25)$$

Miután a veszteségként, illetve a koherens  $A_{elrejt}$  állapotban nem(!) detektált amplitudók nem interferálnak, a megszólalási valószínűségek a következők:

$$\begin{aligned} P_h &= \frac{1}{4} \left( (1 - T \cos \gamma)^2 + T^2 \sin^2 \gamma \right) + \frac{1}{4} (1 - T^2) = \frac{1}{2} (1 - T \cos \gamma), \\ P_g &= \frac{1}{4} \left( (1 + T \cos \gamma)^2 + T^2 \sin^2 \gamma \right) + \frac{1}{4} (1 - T^2) = \frac{1}{2} (1 + T \cos \gamma). \end{aligned} \quad (26)$$

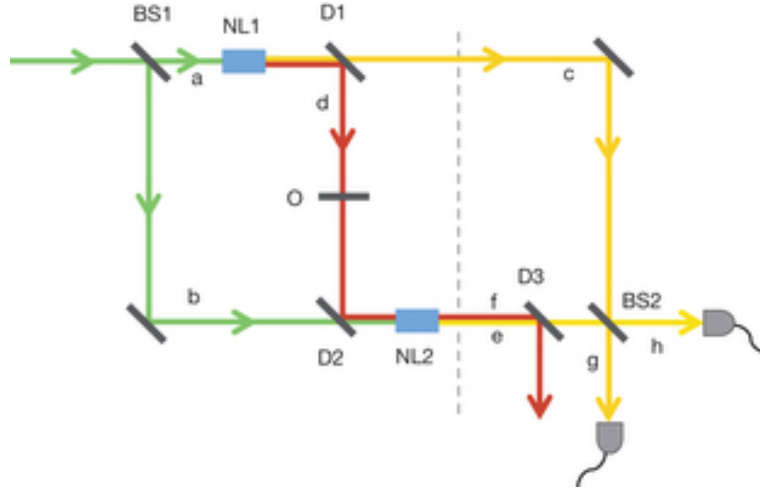


Fig. 7. A szórt foton detektálása nélküli képalkotás elvi elrendezése

Ha a nyaláb elég nagy felbontással tapogatja le a szóró tárgyat, akkor nem egyszerűen interferenciát, de a transzverzális síkbeli helyzettől függő modulációt is lehet segítségével észlelni, amiből mind a  $T^2(x, y)$  áteresztési tényező, mind a fázistolási információ rekonstruálható, azaz kép is alkotható.

Ezt az ideális mérési elrendezést, amelyet 1991-ben Zou, Wang és Mandel javasoltak (Phys. Rev. Lett. **67** 318. oldal), 2014-ben G. Barreto Lamos és munkatársai megvalósították (Nature **512**, 409. oldal).

#### 4 Nem-lokális realizmus és kísérleti cáfolata

*Realizmus* megnevezéssel a természeti jelenségek azon megközelítését illetik, amely szerint a természeti tárgyak önmagukban létező, egyértelműen határozott számértékkel megadható tulajdonságait a mérésüket célzó kölcsönhatás nem befolyásolja. Bell egyenlőtlenségeinek (lásd 6.2 alfejezet!) sérülése ezt a felfogást arra az esetre cáfolja, amikor a tulajdonságokat meghatározó hatások lokálisak. A Bell-egyenlőtlenségek származtatásában a rejtett paraméteres elmélet lokalitását úgy érvényesítik, hogy a mérésekben szereplő mennyiségek közül a térszerűen elkülönült tartományokban definiáltakra zérus korrelációt építenek be a kísérlet statisztikai elemzésébe.

A lokalitás feltevése nélküli realizmus következményeit 2003-ban sikerült A.J. Leggettnek korrelációs egyenlőtlenségként megfogalmaznia [Foundations of Physics **33** (2003) 1469]. Leggett nyomán térszerű elválasztású fotonpáron végeztek korrelációs mérést Gröblacher és munkatársai. Kimutatták, hogy a két szétrepülő foton polarizációs tulajdonságaira a nem-lokális realizmus feltevésével levezetett egyenlőtlenséget a korrelációs mérés adatai sértik, miközben követik a kvantummechanika alkalmazásával számított jóslatot [Nature **446** (2007) 871, korrekció. *ibid.* **449** (2007) 252]. Azt is ellenőrizték, hogy a Bell-egyenlőtlenséggel ekvivalens Clauser, Holt, Shimony, Horne egyenlőtlenséget (CHSH)

szintén sérti a mérés eredménye. Mindezek alapján a realizmus felfogása a kvantumvilágban egyik számszerűsíthető formájában sem tartható.

A polarizáció állapottere kétdimenziós, azaz a lehetséges polarizációs állapotok (pl. lineáris polarizáltság esetén egy adott irányú és arra merőleges, illetve cirkuláris polarizációs bázisban a balra és a jobbra forgó állapot) leképezhetők a  $(+1, -1)$  értékpárra. Alább a mérendő mennyiséget  $A$  jelöli.

A realizmus megközelítésében a mérések statisztikus leírása az elmélet jelenlegi szintjén azért szükséges, mert az eredményt egyértelműen meghatározó  $\lambda$  rejtett paraméter (halmaz) ismeretlen. Így adott  $\mathbf{u}$  polarizációs vektor jelenlétéhez vezető események gyakoriságát egy statisztikus sűrűségfüggvénnyel,  $\rho_{\mathbf{u}}(\lambda)$ -val lehet jellemezni. Továbbá felteszik, hogy a mérési helyzetben a különböző polarizációs vektoroknak statisztikus keveréke alakul ki, amelyet  $F(\mathbf{u})$  súlyfüggvény jellemez. Végül, megengedik, hogy egyéb tulajdonságok  $\eta$  sokasága akár nem-lokális módon befolyásolja a mérés eredményét.

Határozott polarizációs vektorú helyzetben az  $\mathbf{a}$  irányra vezett polarizáció mérés várható értékét

$$\bar{A}(\mathbf{u}) = \int d\lambda \rho_{\mathbf{u}}(\lambda) A(\lambda, \mathbf{u}, \mathbf{a}, \eta) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{u} \quad (27)$$

adja. Az eredményre megkövetelik a tapasztalati Malus-szabály teljesülését, amelyet az utolsó egyenlőség fejez ki. A polarizációs állapotok statisztikus keverékére érvényes végső eredményt

$$\langle A \rangle = \int d\mathbf{u} F(\mathbf{u}) \bar{A}(\mathbf{u}) \quad (28)$$

adja.

Az elvégzett kísérletben egy maximálisan összefonott állapotú, ellentétes irányban haladó fotonpár vesz részt, amelynek polarizációs vektorait  $(\mathbf{u}, \mathbf{v})$  jelöli. Előfordulási súlyfüggvényük:  $F(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ . Az egyik fotonon  $\mathbf{a}$ , a másikon  $\mathbf{b}$  irányra végeznek polarizáció mérést. Ezek eredménye a realizmus szerint  $A(\lambda, \mathbf{u}, \mathbf{a}, \eta)$ , illetve  $B(\lambda, \mathbf{v}, \mathbf{b}, \eta)$ . Jól látszik, hogy nem tételezik fel a lokalitást, hiszen megengedik, hogy  $A$  függjön  $\mathbf{b}$ -től és  $B$  függjön  $\mathbf{a}$ -tól. A polarizációs vektor-párnak a  $\lambda$  rejtett paraméter által meghatározott előfordulási sűrűségfüggvényét  $\rho_{\mathbf{u}, \mathbf{v}}$ -vel jelöljük. Az egy vektorra vonatkozó statisztikai definíciókkal párhuzamban most bevezethető a két mérés korrelációjának jellemzésére a következő összetett várható érték:

$$\begin{aligned} \overline{AB}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) &= \int d\lambda \rho_{\mathbf{u}, \mathbf{v}}(\lambda) A(\lambda, \mathbf{u}, \mathbf{a}, \eta) B(\lambda, \mathbf{v}, \mathbf{b}, \eta), \\ \langle AB \rangle &= \int d\mathbf{u} d\mathbf{v} F(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \overline{AB}(\mathbf{u}, \mathbf{v}). \end{aligned} \quad (29)$$

Ebben a definícióban is megengedik, hogy az  $\mathbf{u}$  és  $\mathbf{v}$  polarizációvektorok gyakoriságát megadó sűrűségfüggvény ne faktorizálódjék.

Miután két, egyaránt  $\pm 1$  értéket felvevő változóra érvényes a

$$-1 + |A + B| = AB = 1 - |A - B| \quad (30)$$

egyenlőség, a rejtett paraméterre való átlagolás után is igaz, hogy

$$-1 + \overline{|A + B|} = \overline{AB} = 1 - \overline{|A - B|}. \quad (31)$$

Egyenlőtlenségre úgy jutunk, ha figyelembe vesszük, hogy két szám összege abszolút értékének várható értéke nagyobb, mint várható értékeik összegének abszolút értéke:  $\overline{|A + B|} \geq \overline{|A + B|}$ . Ezt használva

$$-1 + \overline{|A + B|} \leq \overline{AB} \leq 1 - \overline{|A - B|}. \quad (32)$$

Az alsó és a felső korlát kifejezésében a Malus-szabályt lehet használni (aminek révén "eltakarják" a nem-lokális hatások explicit megjelenését):  $\overline{A} = \mathbf{a}_u$ ,  $\overline{B} = \mathbf{b}_v$ .

A továbbiakban a felső korlátra koncentrálunk, az alsó korlát elemzése hasonlóan történik. Ezt a korlátot egy mérési  $\mathbf{a}_k$ ,  $\mathbf{b}_l$  iránypárra, a polarizációs vektorok polárszöges parametrizációját használva, a következőképpen írhatjuk:

$$E_{kl} \leq 1 - \int d\Omega_u \int d\Omega_v F(\Omega_u, \Omega_v) |\mathbf{u}\mathbf{a}_k - \mathbf{v}\mathbf{b}_l|. \quad (33)$$

Az  $\mathbf{a}_k$ ,  $\mathbf{b}_l$  vektorok síkját választva az  $x - y$ -síknak, az integrandus explicit tényezője a  $|\sin \theta_u \cos(\varphi_{a_k} - \varphi_u) - \sin \theta_v \cos(\varphi_{b_l} - \varphi_v)|$  alakot ölti. Bevezetjük még a  $\sin \theta_u = n_1 + n_2$ ,  $\sin \theta_v = n_1 - n_2$  jelöléseket, valamint áttérünk a

$$\psi = \frac{1}{2}(\varphi_u + \varphi_v), \quad \chi = \varphi_u - \varphi_v \quad (34)$$

integrálási változókra. Ezzel

$$E_{kl}(\xi, \varphi) \leq 1 - 2 \int_{-1}^1 d \cos \theta_u \int_{-1}^1 d \cos \theta_v \int_{-2\pi}^{2\pi} d\chi \int_{-|\chi|/2}^{2\pi-|\chi|/2} d\psi F(\theta_u, \theta_v, \chi, \psi) \times | -n_1 \sin(\xi - \psi) \sin[(\varphi - \chi)/2] + n_2 \cos(\xi - \psi) \cos[(\varphi - \chi)/2] |, \quad (35)$$

ahol  $\xi = (\varphi_{a_k} + \varphi_{b_l})/2$ ,  $\varphi = \varphi_{a_k} - \varphi_{b_l}$  a megfigyelési irányokat jellemzik.

Az integrandus célszerű alakja állítható elő egy alkalmas  $\alpha$  fázisszög bevezetésével:

$$\cos \alpha = \frac{n_2 \cos\left(\frac{1}{2}(\varphi - \chi)\right)}{\left[n_1^2 \sin^2\left(\frac{1}{2}(\varphi - \chi)\right) + n_2^2 \cos^2\left(\frac{1}{2}(\varphi - \chi)\right)\right]^{1/2}} \quad (36)$$

és a megfelelő képletet használva  $\sin \alpha$ -ra is. Ekkor az integrandus explicit szögfüggvényeket tartalmazó tényezője a következő:

$$\left[n_1^2 \sin^2\left(\frac{1}{2}(\varphi - \chi)\right) + n_2^2 \cos^2\left(\frac{1}{2}(\varphi - \chi)\right)\right]^{1/2} |\cos(\xi - \psi + \alpha)|. \quad (37)$$

Ez az alak lehetőséget ad arra, hogy a két polarizáció-mérés irányát úgy változtassuk a síkban, hogy közben a különbségük állandó legyen. Ekkor  $\xi$ -re átlagolhatunk és a mérendő

mennyiség

$$\tilde{E}_{kl}(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\xi E_{kl}(\xi, \varphi) \quad (38)$$

lesz. Erre a mennyiségre az átlagoló integrálás a jobb oldalon elvégezhető, hiszen ott expliciten jelenik meg a  $\xi$ -függés. Az integrálás után a jobb oldalon nem marad az  $F$ -függvényen kívül  $\psi$ -függés, ezért egy redukált eloszlással képezhető a statisztika:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{kl}(\varphi) \leq & 1 - \frac{4}{\pi} \int_{-1}^1 d \cos \theta_u \int_{-1}^1 d \cos \theta_v \int_{-2\pi}^{2\pi} d\chi \tilde{F}(\theta_u, \theta_v, \chi) \\ & \times \left[ n_1^2 \sin^2 \left( \frac{1}{2}(\varphi - \chi) \right) + n_2^2 \cos^2 \left( \frac{1}{2}(\varphi - \chi) \right) \right]^{1/2}, \end{aligned} \quad (39)$$

ahol  $\tilde{F}(\theta_u, \theta_v, \chi) = \int d\psi F(\theta_u, \theta_v, \chi, \psi)$ . Azt szokás mondani, hogy a  $\xi$ -re való átlagolással a statisztikus alrendszerek eloszlásában *marginalizálni* lehetett a  $\psi$  változót.

A  $\tilde{F}$ -et szorzó tényező  $\chi$ -függésétől a következőképpen lehet megszabadulni. Felírjuk az előző egyenlőtlenséget egy  $\varphi'$  szögkülöbségű iránypárra ugyanabban a síkban és a két egyenlőtlenséget összeadjuk. Az integrandus két explicit tényezőjére alkalmazzuk a háromszög egyenlőtlenséget:

$$\begin{aligned} & \left[ n_1^2 \sin^2 \left( \frac{1}{2}(\varphi - \chi) \right) + n_2^2 \cos^2 \left( \frac{1}{2}(\varphi - \chi) \right) \right]^{1/2} \\ & + \left[ n_1^2 \sin^2 \left( \frac{1}{2}(\varphi' - \chi) \right) + n_2^2 \cos^2 \left( \frac{1}{2}(\varphi' - \chi) \right) \right]^{1/2} \geq (n_1^2 + n_2^2)^{1/2} \left| \sin \frac{1}{2}(\varphi - \varphi') \right|. \end{aligned} \quad (40)$$

Ez az észrevétel módot ad a  $\chi$  változó marginalizálására:

$$\tilde{E}_{kl}(\varphi) + \tilde{E}_{k'l'}(\varphi') \leq 2 - \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \int_{-1}^1 d \cos \theta_u \int_{-1}^1 d \cos \theta_v \bar{F}(\theta_u, \theta_v) (\sin^2 \theta_u + \sin^2 \theta_v)^{1/2}, \quad (41)$$

ahol  $\bar{F} = \int d\chi \tilde{F}$  és felhasználtuk  $n_1^2 + n_2^2$  kiszámítására  $n_1, n_2$  definícióját. Az alsó korlátra analóg lépések után a jobb oldal ellentett kifejezése adódik, azaz az egyenlőtlenség a bal oldal abszolút értékére, vagyis  $|E_{kl}(\varphi) + E_{k'l'}(\varphi')|$ -ra vonatkoztatható.

Az elrendezés forgási szimmetriája okán nyilvánvaló, hogy ugyanilyen egyenlőtlenség vezethető le, ha a mérési síknak az  $(x - z)$ -síkot választjuk. Ekkor az integrandusban fellépő változók az  $y$ -tengelyhez mért polárszögek, amelyeket  $\theta_{uy}, \theta_{vy}$ -nal jelölünk. Természetesen ezek szögfüggvényei a  $z$ -tengelyhez mért polárszögekkel kifejezhetők. Válasszuk a két síkbeli azimutális szögkülönbségeket egyenlőknek, nevezetesen legyen

$$\varphi_z = \varphi_y = \varphi, \quad \varphi'_z = \varphi'_y = 0. \quad (42)$$

Adjuk össze a két egyenlőtlenséget:

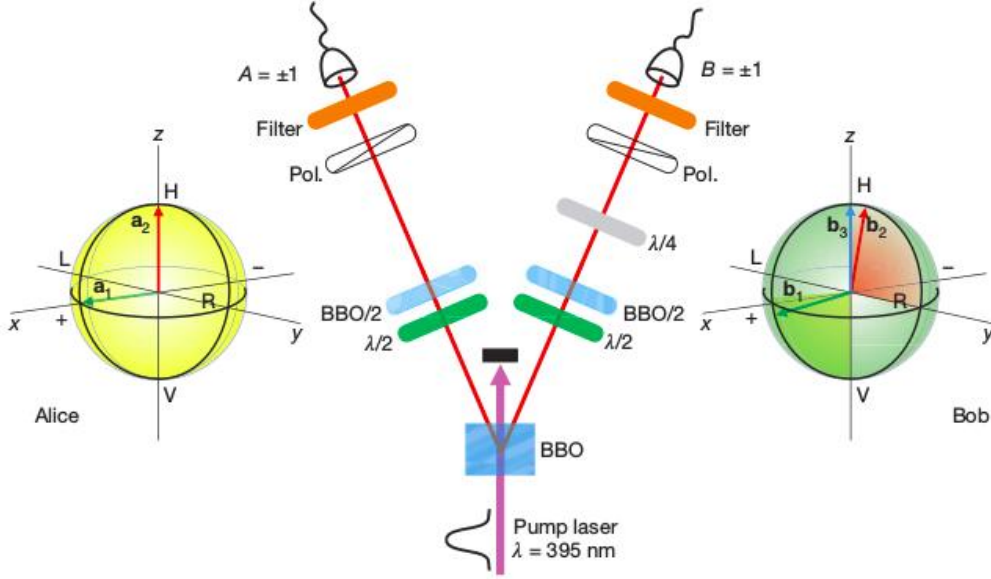


Fig. 8. A nem-lokális realizmust cáfoló korrelációs mérés elrendezése. A két oldalon megjelenített ún. Poincaré-gömbökben láthatók a polarizációs mérésekiánypárjait megadó  $(\mathbf{a}_1, \mathbf{b}_1)$ ,  $(\mathbf{a}_2, \mathbf{b}_2)$ ,  $(\mathbf{a}_2, \mathbf{b}_3 = \mathbf{a}_2)$  vektor-párok.

$$|\tilde{E}_{kl}(\varphi) + \tilde{E}_{k'k'}(0)| + |\tilde{E}_{mn}(\varphi) + \tilde{E}_{m'm'}(0)| \leq 4 - \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \left| \sin \frac{\varphi}{2} \right| \int_{-1}^1 d \cos \theta_v \int_{-1}^1 d \cos \theta_u \times \bar{F}(\theta_u, \theta_v) \left( [\sin^2 \theta_u + \sin^2 \theta_v]^{1/2} + [\sin^2 \theta_{uy} + \sin^2 \theta_{vy}]^{1/2} \right). \quad (43)$$

Az  $y$ -tengelyhez mért polárszögeket kifejezve az eredeti polárszögekkel belátható, hogy  $([\sin^2 \theta_u + \sin^2 \theta_v]^{1/2} + [\sin^2 \theta_{uy} + \sin^2 \theta_{vy}]^{1/2}) \geq \sqrt{2}$ . Kihasználva még  $\bar{F}$  normalizáltságát, kapjuk a nagyon egyszerű

$$S_{NLHV} \equiv |\tilde{E}_{kl}(\varphi) + \tilde{E}_{k'k'}(0)| + |\tilde{E}_{mn}(\varphi) + \tilde{E}_{m'm'}(0)| \leq 4 - \frac{4}{\pi} \left| \sin \frac{\varphi}{2} \right| \quad (44)$$

egyenlőtlenséget.

A bal oldal kvantummechanikai értékét nagyon egyszerű kiszámolni valamely maximálisan összefont polarizációjú Bell-állapotra. Pl.  $|\Psi^-\rangle = (|H_A, V_B\rangle - |V_A, H_B\rangle)/\sqrt{2}$  szinglett állapotra az értéke  $2(1 + \cos \varphi)$ . Legnagyobb eltérése a jobb oldaltól  $20^\circ$ -os azimutális szögekülönbség esetén adódik. Ekkor a kvantummechanikából számított 3,893 értékkel szemben a realista elmélet alapján 3,792 adódna, azaz itt sérül maximálisan az egyenlőtlenség. A kísérleti kimutathatóság feltétele az, hogy a zajból származó relatív bizonytalanság kisebb legyen a realista feltevessel nyert korlát és az annak ellentmondó kvantumelméleti jóslat érték hányadosánál. A zaj okozta korreláció-csökkenést az  $E^{kiserlet} = -V \cos \varphi$  parametrizációval fejezik ki, ahol  $V$ -t vizibilitásnak (láthatóság) nevezik. A fentebbi számértékekkel adódik, hogy a vizibilitásnak 97,4%-nál nagyobboknak kell lennie. Ez a követelmény jóval meghaladja a Bell-egyenlőtlenség sérülésének kimutatásához szükséges  $\sim 70\%$ -os láthatóságot.



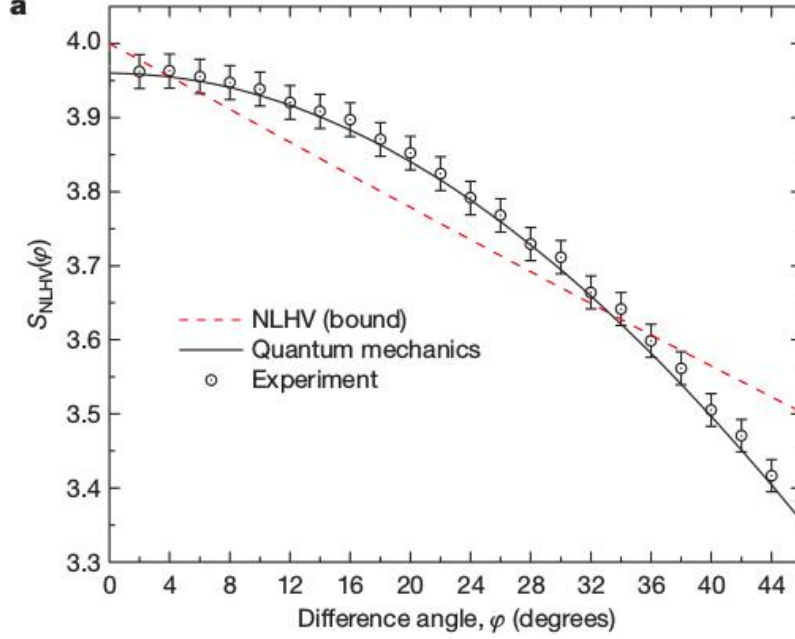


Fig. 9. A nem-lokális realizmust cáfoló korrelációs mérésből kapott  $S_{NLHV}$  korrelációs kombináció mért értékei az iránypárok által bezárt  $\varphi$  függvényében. A kvantumfizikai jóslatot és a rejtett paraméteres leírás feltételezéséből származtatott felső korlátot is ábrázolja a kép.

A méréshez parametrikus lekonvertálással (lásd 6.1 alfejezet!) állítottak elő szinglett állapotú fotonpárokat. 10 másodperces mérésidőre vonatkoztatva mindkét mérőhelyen kb.  $7 \cdot 10^4 - 10^5$  fotont detektáltak, amelyekből lineáris polarizációs bázist használva 3300-3500 ko incidens fotonpárt észleltek. Tehát ezeket használhatták a statisztika céljára. Megjegyzendő, hogy ezekben a párokban mért láthatóság 99% fölött volt. Az (a, b) iránypár mentén az egyenlőtlenség értékelésére a következő módon képezték az  $E$  korrelációt:

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{N_{++} + N_{--} - N_{+-} - N_{-+}}{N_{++} + N_{--} + N_{+-} + N_{-+}}, \quad (45)$$

ahol +1 értéket társítottak az  $\mathbf{a}$  és a  $\mathbf{b}$  irányba eső polarizációk esetén, míg  $-1$ -t társítottak az ezekre merőleges irányú polarizáció észlelését hozó eseményekkel. Az  $N_{..}$  szám a megfelelő eseménypárok számát jelzi. Természetesen a két irány által bezárt szög értékét  $\varphi$  valamely választott értékénél rögzítették.

Az analizátorok elhelyezését a 8.ábra mutatja. Az  $A$ -megfigyelő az  $(x - y)$ -síkbeli korreláció-mérésre az  $\mathbf{a}_1$  irányt az  $x$ -tengely mentén rögzítette, a  $B$ -megfigyelő a  $\mathbf{b}_1$ -irányt a síkban  $45^\circ$  és  $160^\circ$  között változtatta. Az erre merőleges  $(y - z)$ -síkban az  $\mathbf{a}_2$ -irány a  $z$ -tengellyel esik egybe és a  $\mathbf{b}_2$  irányt változtatták ebben a síkban  $(0 - 115)^\circ$  között. A még szükséges  $\mathbf{b}_3$ -irányt a  $\mathbf{a}_2$ -vel választották azonosnak. A  $\varphi$  szögműködés függvényében a 9.ábra mutatja az egyenlőtlenség bal oldalának  $S_{NLHV}(\varphi)$  mennyiségként jelzett értékét, ahogy a mérés és a kvantummechanika azt megjósolja, valamint a nem-lokális realizmus feltételezésével kapott felső korlátot, amely nyilvánvalóan sérül.

A maximális sérülés pontjában a következő számszerű eredményeket mérték:

$$\begin{aligned}
E(\mathbf{a}_1, \mathbf{b}_1) &= -0.9298 \pm 0.0105, & E(\mathbf{a}_2, \mathbf{b}_2) &= -0.942 \pm 0.0112, \\
E(\mathbf{a}_2, \mathbf{b}_3 = \mathbf{a}_2) &= -0.9902 \pm 0.0118.
\end{aligned}
\tag{46}$$

Ebből  $S_{NLHV} = 3.8521 \pm 0.0227$  adódik, nagyon jó egyezésben a kvantummechanikai jóslattal. Ugyanebben a helyzetben elvégezték a lokális realizmust cáfoló Bell-tesztet is, amivel a Bell-egyenlőtlenség 9 standard eltérésre biztos sérülését kapták.