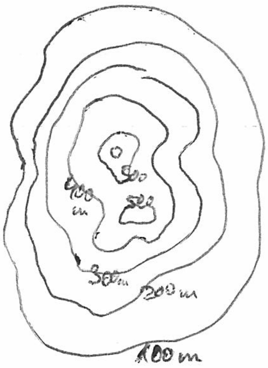
Ekvipotenciális felületek



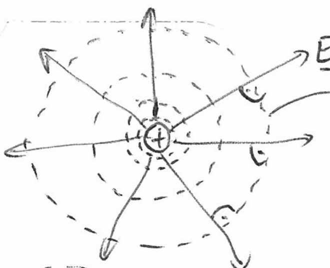
Térkép: szintvonalak: tengerszint feletti magasságot jelzik:
a vonal mentén: a helyzeti energia állandó
sűrű vonalak $\Leftrightarrow$ meredek hegyoldal
ritka vonalak $\Leftrightarrow$ lankás hegyoldal.

Elektromosságtanban: az ekvipotenciális felület minden pontjában azonos az elektromos potenciál.

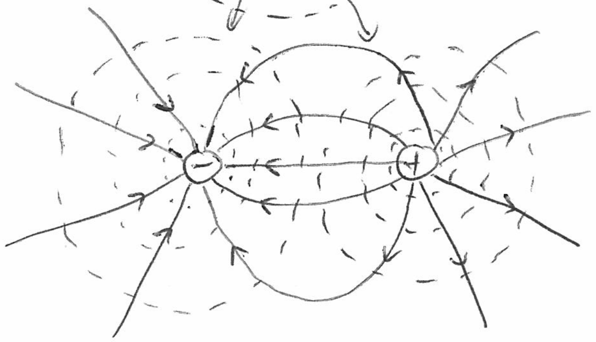
Ha ennek a mentén mozgatjuk a töltést: nem végzünk munkát
$\Rightarrow$ az erő (és $\underline{E}$) merőleges rá!

$\Rightarrow$ az erővonalak és az ekvipotenciális felületek mindig merőlegesek!

pl.



ekvip. felület

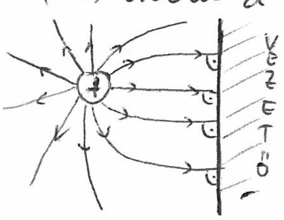


Sűrűek a felületek $\Rightarrow$ nagy $|\underline{E}|$

az ekvip. felületek nem érintkezhetnek (minden pontban csak egyetlen potenciál lehet)

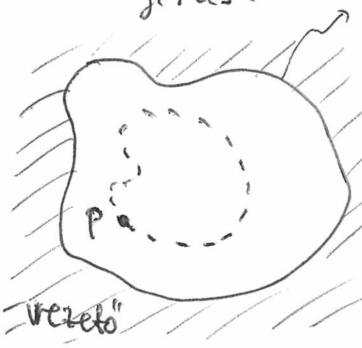
az ekvip. felület mentén $V=$ állandó, de $|\underline{E}|$ nem feltétlenül állandó!

Vezetők: (statikus eset): a vezetők felülete mindig ekvipotenciális felület
$\Rightarrow$ az erővonalak a felületen mindig merőlegesek a felületre!
(különben a töltések elmozdulnának)



Üreg vezető anyagban (Faraday-kalitka): ha nincs az üregben töltés $\Rightarrow$ az üreg minden pontja ekvipotenciális, és $\underline{E}=0$

Bizonyítás:



1) Tudjuk, hogy az üreg felülete ekvip.
2) T.f.h. P más potenciálon van
3) Rajzoljuk le az ekvipotenciális felületet P-n át
4) Erre mindig merőlegesek az E vonalak! $\Rightarrow \Phi \neq 0$ (fluxus)
5) Gauss tétele szerint $\Phi \neq 0$ miatt $Q \neq 0$ a térrészben
6) ellentmondásra jutottunk ($Q=0$ volt!)

Potenciál-gradiens

A potenciál kiszámítása, ha tudjuk $\underline{E}$ értékét minden pontban: $V_a - V_b = \int_a^b \underline{E} \cdot d\underline{l}$

Infinitezimális elmozdulásra: $dV = -\underline{E} \cdot d\underline{l}$ mivel $V_a - V_b = \int_b^a dV = -\int_a^b dV$

kiírva a skalárszorzatot:

$$-dV = \underline{E}\,d\underline{l} = E_x \cdot dx + E_y \cdot dy + E_z \cdot dz$$

ha az elmozdulás x irányú: $dy = dz = 0 \Rightarrow -dV = E_x dx \Rightarrow \underline{\underline{E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}}}$

parciális derivált

tehát az $\underline{E}$ vektor komponensei:

$$\underline{E} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial V}{\partial x} \\ -\frac{\partial V}{\partial y} \\ -\frac{\partial V}{\partial z} \end{pmatrix} \equiv \left(-\frac{\partial V}{\partial x}; -\frac{\partial V}{\partial y}; -\frac{\partial V}{\partial z}\right) \equiv -\left(\frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial}{\partial y}; \frac{\partial}{\partial z}\right)V = -\nabla V = -\text{grad}\, V$$

"gradiens" művelet: skalár függvényből vektormezőt csinál.

jele: ∇ vagy "grad". Definíciója: $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial}{\partial y}; \frac{\partial}{\partial z}\right)$

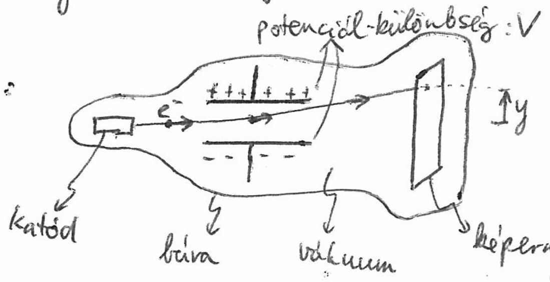
példa: $V = x^2 y + e^z + 2$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 2xy; \quad \frac{\partial V}{\partial y} = x^2; \quad \frac{\partial V}{\partial y} = e^z \Rightarrow \nabla V = \left(2xy;\ x^2;\ e^z\right) \text{ vektor!}$$

vektor komponensei

—o—

Katódsugárcső:



a fényfolt magassága (y) arányos lesz a V potenciálkülönbséggel!

pl. OSZCILLOSZKÓP

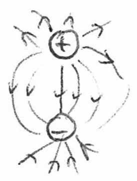
TV: hasonló, csak mágneses eltérítés

A potenciált (majd belőle $\underline{E}$-t) SOKKAL KÖNNYEBB gyakorlati problémákban kiszámítani, mint egyből az $\underline{E}$-t.

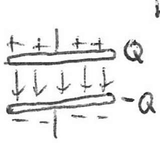
—o—

KONDENZÁTOR: elektromos energiát tárol (a tér tárolja). Alkalmazások: vaku, HF-szűrők stb. rádió, TV

két egymástól elszigetelt vezető. pl.



vagy

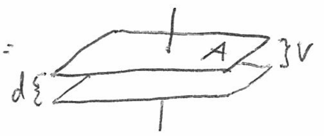


jele: ⊣⊢

A +Q és −Q-ra töltött vezetők között potenciálkülönbség: V. Kapacitás: $\boxed{C = \frac{Q}{V}}$

Egysége: farad. $1F = 1\frac{C}{V}$

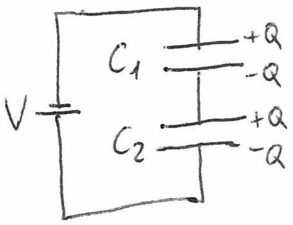
Síkkondenzátor:



$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ (σ: felületi töltéssűrűség, $\sigma = Q/A$)

$$\Rightarrow V = Ed = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{Qd}{A} \Rightarrow \boxed{C = \frac{Q}{V} = \varepsilon_0 \frac{A}{d}}$$

Soros kapcsolás:

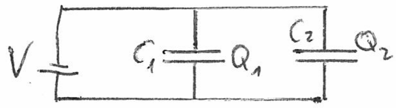


$$V_1 = \frac{Q}{C_1} \qquad V = V_1 + V_2 = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

$$V_2 = \frac{Q}{C_2} \qquad C = \frac{Q}{V} \rightarrow \frac{1}{C} = \frac{V}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

akárhány kapacitásra is igaz: $\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots}$

Párhuzamos kapcsolás



$$Q_1 = C_1 V \qquad \rightarrow Q = Q_1 + Q_2 = V(C_1 + C_2)$$

$$Q_2 = C_2 V \qquad C = \frac{Q}{V} = C_1 + C_2. \quad \Rightarrow \quad \boxed{C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots}$$

Az elektromos tér energiája (kondenzátorban)

Kondenzátor töltéséhez szükséges munka: elemi munka: $dW = v\,dq = \frac{q}{C}dq$

tehát $W = \int_0^W dW = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{1}{C}\cdot\left[\frac{q^2}{2}\right]_0^Q = \frac{Q^2}{2C}$.

Végül $V = \frac{Q}{C}$, tehát az elektromos tér (potenciális) energiája:

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$$

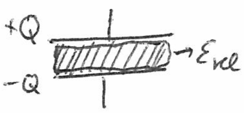
Mekkora az elektromos tér energiasűrűsége?

$$u = \frac{\frac{1}{2}CV^2}{Ad}, \text{ ahol } C = \varepsilon_0\frac{A}{d} \text{ és } V = E\cdot d$$

tehát $u = \frac{1}{2}\varepsilon_0\frac{A}{d}\cdot E^2 d^2 \cdot \frac{1}{Ad} = \boxed{\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2}$ – ez általánosan is igaz (vákuumban)

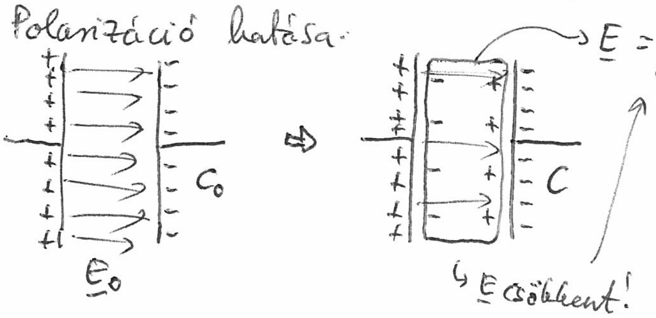
DIELEKTRIKUMOK

- Kondenzátor lemezei közé tett szigetelő anyagok. Polarizálhatók.
- Növelik a kapacitást ε_{rel}-szeresére. ε_{rel}: relatív dielektromos állandó.
  pl. levegő: 1,0006; plexi: 3,4; germánium: 16; üveg: 5–10.



azonos Q töltésnél a dielektrikum behelyezése csökkenti a potenciálkülönbséget.

Polarizáció hatása:



$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_{rel}\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\underline{\underline{\varepsilon}}}$$

$\varepsilon = \varepsilon_{rel}\cdot\varepsilon_0$ = permittivitás (dielektromos áll.)

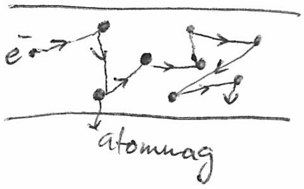
$$C = \varepsilon_{rel}C_0 = \varepsilon_{rel}\varepsilon_0\frac{A}{d} = \underline{\underline{\varepsilon\frac{A}{d}}}$$

végül: $\underline{\underline{u = \frac{1}{2}\varepsilon E^2}}$

Szikra, elektromos kisülés keletkezik, ha egy bizonyos térerősségnél nagyobbat hozunk létre egy anyagban, pl. levegő: 3 MV/m
poliészter: 60 MV/m

ELEKTROMOS ÁRAM: töltések mozgása.

A vezetőkben sok e^- szabadon mozog, véletlenszerű irányokban, amíg $V=0$. ($\underline{E}=0$)
$\underline{E}\neq 0$ esetén "driftelnek", miközben ütköznek az atommagokkal. ($\approx 0{,}1$ mm/s)
↳ hőhatás! (melegítés)



töltéshordozók: fémekben: e^-
ionizált gáz: e^- és ionok
félvezető (Ge, Si): e^- és e^--hiány (lyuk)

definíció: az áram (I) iránya a pozitív töltések mozgásának iránya legyen.

áramerősség: egy adott (A) felületen átáramló töltés időegység alatt:

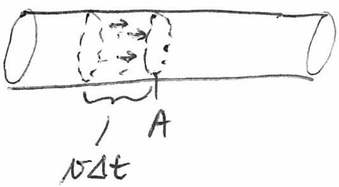
$$\boxed{I=\frac{dQ}{dt}}$$

(nem vektor)

mértékegység: amper (A), $1A = 1C/s$

pl. zseblámpa: 1 A
autó indítómotor: 100 A
TV, rádió: ≈ 1 mA ... 1 μA
számítógép: ≈ 1 nA ... 1 pA

DRIFTSEBESSÉG:



töltéssűrűség: n (m^{-3}), q töltések

$$dQ = \underbrace{q\cdot n\cdot \overbrace{A\cdot v\,dt}^{\text{térfogat}}}_{\text{töltések száma}} \Rightarrow \underline{\underline{I=\frac{dQ}{dt}=n|q|v A}}$$

áramsűrűség: $\underline{J}=\frac{I}{A}=nq\underline{v}$

az áramlás lehet egyenletes (egyenáram), vagy váltakozó irányú (váltóáram).

FAJLAGOS ELLENÁLLÁS:

$\rho = \frac{E}{J}$ ⇝ térerősség, ⇝ áramsűrűség

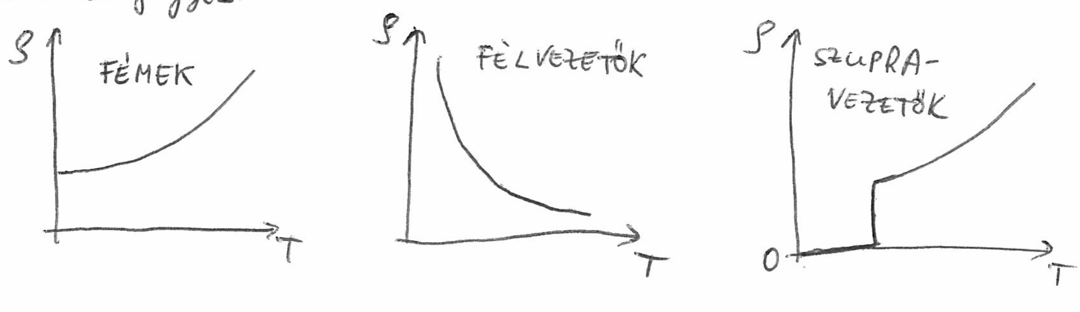
mértékegység: $\frac{V/m}{A/m^2}=\frac{Vm}{A}$

később lesz: $\left[\frac{V}{A}\right]=[\Omega]$ ohm $\longrightarrow$ $\frac{Vm}{A}=\Omega m$ (ohm-méter)

anyagra jellemző. pl. arany: $2{,}44\cdot 10^{-8}$ Ωm
Al: $2{,}75\cdot 10^{8}$ Ωm
acél: $20\cdot 10^{8}$ Ωm
Ge: 0,6 Ωm
Si: 2300 Ωm
üveg: $10^{10}-10^{14}$ Ωm

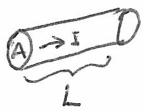
vezetőképesség: $\frac{1}{\rho}$ ((analógia: hővezető képesség))

hőmérséklet-függés:



félvezetők: hőmérő készíthető így

ELLENÁLLÁS



drótdarab: $\underline{E} = \varrho \underline{J}$ $\quad I = |\underline{J}| \cdot A \quad V = |\underline{E}| \cdot L \Big\} \Rightarrow \frac{V}{L} = \varrho \frac{I}{A}$

$\hookrightarrow \frac{V}{I} = \varrho \frac{L}{A} =: \underline{\underline{R}}$ ellenállás

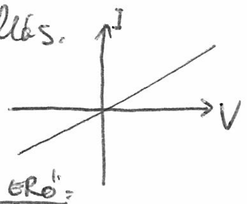
$\boxed{R = V/I}$ $\boxed{R = \varrho \frac{L}{A}}$ $\boxed{V = R \cdot I}$ → Ohm-törvény : ha R = állandó.
(nem mindig igaz!)

R mértékegysége: Ω (ohm). $1\Omega = 1V/A$

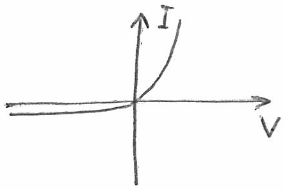
használjuk még: $k\Omega$, $M\Omega$.

boltban kapható ellenállások: 0,01 Ω ... 10 MΩ. Áramköri jele:

ohmikus ellenállás.



~~félvezető~~ dióda:



(egyenirányítás számítógépek)

ELEKTROMOTOROS ERŐ:

a töltéseket a kisebb potenciálról a nagyobb potenciálú helyre viszi át.

pl. elem, generátorok, napelem, üzemanyagcella stb.

ideális esetben állandó potenciálkülönbséget tart fenn.

elektródák: ⊕ (magasabb potenciál)

⊖ (alacsonyabb — " —)

áramköri jele: +

TELJESÍTMÉNY:

$dW = V dQ = V \cdot I \cdot dt$ az elemi munka

$\hookrightarrow$ teljesítmény: $\boxed{P = \frac{dW}{dt} = V \cdot I}$ mértékegysége: W (watt)

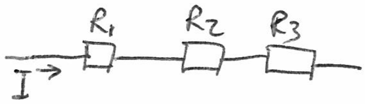
$1W = 1\frac{J}{C} \cdot 1\frac{C}{s} = 1\frac{J}{s}$

példa: ohmos ellenállásra:

$V = I \cdot R \Rightarrow \boxed{P = V \cdot I = I^2 R = \frac{V^2}{R}}$ ez a teljesítmény melegíti az ellenállást.

EGYENÁRAMÚ ÁRAMKÖRÖK

SOROSAN kötött ellenállások:

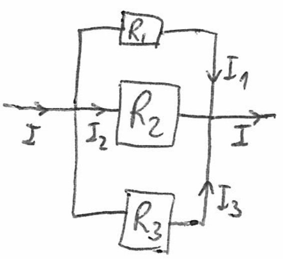


az átfolyó I ugyanaz!

a teljes feszültség: $V = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + R_3 \cdot I = (R_1 + R_2 + R_3) I$

Tehát a helyettesítő ellenállás: $\boxed{R = R_1 + R_2 + R_3}$ R

PÁRHUZAMOS ellenállások:



a feszültségek ugyanazok!

$I_1 = \frac{V}{R_1} \quad I_2 = \frac{V}{R_2} \quad I_3 = \frac{V}{R_3}$

$I = I_1 + I_2 + I_3$ (töltésmegmaradás)

$I = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$

$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots}$ R helyettesítő ellenállás R