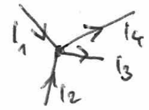
KIRCHHOFF TÖRVÉNYEK

lehetővé teszik áramkörök számítását szisztematikusan (egyenletrendszer felírását)

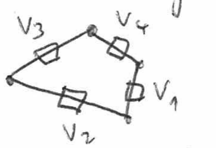
1) csomópontokba befutó áramok összege 0. (töltésmegmaradás)

$$\sum_i I_i = 0$$



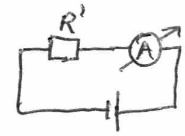
(előjelesen!)

2) hurokban a teljes kör mentén az összes potenciálváltozás 0: $\sum_i V_i = 0$

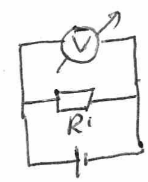


$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 0.$ (energiamegmaradás) (konzervatív erőtér)

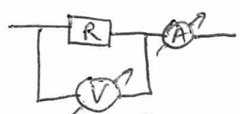
MŰSZEREK: ampermérő: $R \approx 0$, sorosan kötjük az áramkörbe.



voltmérő: $R \approx \infty$, párhuzamosan kötjük.



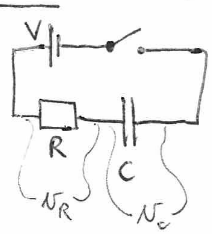
ellenállás, ell. teljesítmény mérése:



ellenállásmérők: van bennük feszültségforrás (elem). Az átfolyó áramot méri

potenciométer ("potméter"): változtatható ellenállás

RC-kör: kondenzátor feltöltése: zárjuk a kapcsolót.

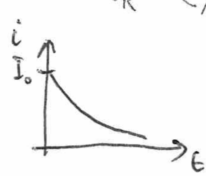


Az áram az első pillanatban: $I_0 = \frac{V}{R}$.

Tetszőleges pillanatban: $v_R = iR$ és $v_C = \frac{q}{C}$

$$\Rightarrow V = iR + \frac{q}{C} \quad \text{(Kirchhoff)}$$

$$\Rightarrow i = \frac{V}{R} - \frac{q}{RC}$$ az áramerősség.



Tudjuk: $i = \frac{dq}{dt}$ $\Rightarrow \frac{dq}{dt} = \frac{V}{R} - \frac{q}{RC} = -\frac{1}{RC}(q - CV)$

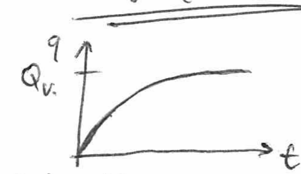
$$\frac{dq}{q - CV} = -\frac{dt}{RC} \Rightarrow \int_0^q \frac{dq'}{q' - CV} = -\int_0^t \frac{dt'}{RC}$$

Elvégezve az $\int$-ást:

$$\ln\left(\frac{q - CV}{-CV}\right) = -\frac{t}{RC} \quad \text{(mert } q = 0 \text{ ha } t = 0\text{)}$$

$$\frac{q - CV}{-CV} = e^{\left(-\frac{t}{RC}\right)} \Rightarrow \frac{q}{-CV} = -1 + e^{-t/RC} \Rightarrow q = CV\left(1 - e^{-t/RC}\right) = Q_{\text{végső}}\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

Ekkor az áram: $i = \frac{dq}{dt} = \frac{V}{R} e^{-t/RC} = I_0 e^{-t/RC}$



⇒ IDŐÁLLANDÓ: $\tau = RC$ $\quad i = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$

KISÜTÉS: szintén τ az időállandó. R-en disszipált energia = C-ben tárolt energia (?) ← Házi F. bizonyít

MÁGNESES TEREK

Mindennapi életben: motor, TV, mikrosütő, hangszóró, nyomtató, mágneslemez

A mágneses tér a <u>mozgó</u> töltésekre hat, és <u>mozgó</u> töltések hozzák létre.

2500 éve, Manisa (Törökország): állandó mágnesdarabokat találtak.

Tapasztalat: Északi és déli pólus vonzza egymást [É | D]→←[É | D]

ellentetes pólusok taszítják: ←[É | D] [D | É]→

mindkét pólus vonzza a vasat.

iránytű: a Föld mágneses tere vonzza. A Föld is egy mágnes: a D-i pólus van északon

Mágneses térerővonalakkal szemléltetjük.

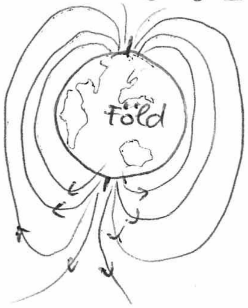
Itt is van kétféle pólus ("töltés"), de NEM LÉTEZIK izolált D vagy É (monopólus)

1819. Oersted: az iránytű megmozdul, ha áramjárta vezetőt tesz mellé!

Állandó mágnesek: a mágnességet az elektronok koordinált mozgása okozza.

- mozgó töltés/áram mágneses teret hoz létre (persze elektromosat is)
- a mágn. tér $\underline{F}$ erővel hat a mozgó töltésre

A $\vec{B}$ (vagy $\underline{B}$) vektor jelzi a mágneses tér erősségét és irányát (amerre az É pólusa mutat az iránytűnek)

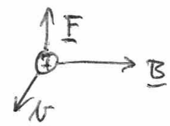


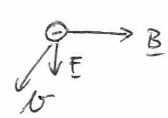
A mozgó töltésre ható erő:
- arányos $|\underline{B}|$-vel
- arányos a töltéssel (q)
- arányos a sebességgel ($|\underline{v}|$)
- merőleges $\underline{B}$-re és $\underline{v}$-re <u>is</u>.

$$\boxed{\underline{F} = q \cdot \underline{v} \times \underline{B}}$$

vektoriális szorzat

iránya: jobbkéz-szabály szerint:

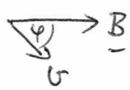




q: előjeles szám

Tehát:

$$|\underline{F}| = |q|\, v\, B \sin\varphi$$



$$|\underline{F}| = |q|\, v\, B_\perp$$

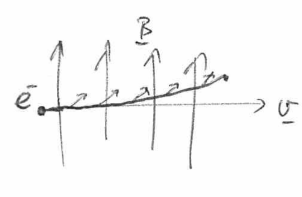
↳ sebességre merőleges komponens

$\underline{B}$ mértékegysége: $\frac{Ns}{Cm} = \frac{N}{Am} = T$ (Tesla) Régebbi egysége: Gauss (G). $1G = 10^{-4}\,T$.

A Föld mágneses tere $\approx 1G = 10^{-4}\,T$. Atomok belsejében $B \approx 10T$. Mesterséges kb. $\lesssim 40$

Neutroncsillag felszíne: $B \approx 10^8\,T$.

$\underline{B}$ mérhető mozgó töltésekkel. Pl. TV-képcső.



→ nincs eltérülés, ha $\underline{B} \parallel \underline{v}$

Ha elektromos tér is jelen van, a töltésre ható erő:

vektorszorzat

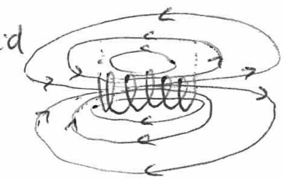
$$\boxed{\underline{F} = q\left(\underline{E} + \underline{v} \times \underline{B}\right)}$$

↳ vektori összeg

MÁGNESES ERŐVONALAK

- mindig $\underline{B}$ irányába mutat az érintőjük (amerre az iránytű ott mutatna)
- nem metszik egymást
- sűrűségük arányos $|\underline{B}|$-el.

Példa: szolenoid



MÁGNESES FLUXUS: hasonlóan az elektromos esethez.

egy dA infinitezimális felületen: $d\Phi_B = B_\perp dA = B\,dA\cos\varphi = \underline{B}\cdot d\underline{A}$

tetszőleges felületen: $\boxed{\Phi_B = \oint \underline{B}\, d\underline{A}}$ (tehát csak $B_\perp$ számít)

(skalár) mértékegység: $T\cdot m^2$

Mágneses monopólus nincs

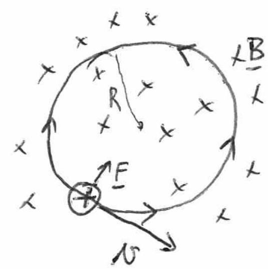
↳ É és D pólus mindig párokban van => zárt felületre a fluxus nulla! $\oint_{S\ \text{zárt}} \underline{B}\, d\underline{A} = 0$

A mágneses erővonalak mindig önmagukba záródó hurkok!

$|\underline{B}|$ másik neve: mágneses fluxussűrűség.

TÖLTÖTT RÉSZECSKE MOZGÁSA $\underline{B}$ TÉRBEN

Példa: homogén tér, $\underline{B} \perp \underline{v}$ esetén KÖRMOZGÁS.



a papír síkjára ⊥

$\underline{F} = q\underline{v}\times\underline{B}$

itt $\underline{v} \perp \underline{B}$ miatt: $F = qvB =$ áll.

- $\underline{F}$ mindig ⊥ $\underline{B}$-re és $\underline{v}$-re is!

↳ • $\underline{F}$-nek nincs $\underline{v}$-vel párhuzamos komponense

↳ • soha nem végez munkát $\underline{B}$ a töltésen! => a mozgás során $|\underline{v}|$ sohasem változik!

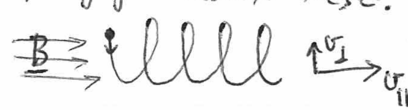
A kör sugara: $F = |q| v B = m\frac{v^2}{R}$ (m a részecske tömege)

↳ $\boxed{R = \frac{mv}{|q|B}}$

Megjegyzés: fénysebesség közelében is igaz (relativisztikusan), hogy: $R = \frac{p}{|q|B}$ ahol p az impulzus.

Szögsebesség: $\omega = \frac{v}{R} = \frac{|q|B}{m}$ független (!) v-től (és R-től). $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ = ciklotron-frekvencia

Ha $\underline{v}$ és $\underline{B}$ nem merőlegesek, akkor $v_\parallel =$ áll., és a mozgás pályája hélix lesz.



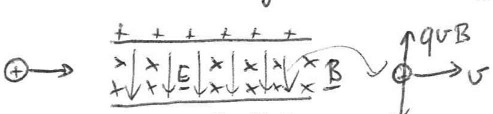
INHOMOGÉN $\underline{B}$ TÉRben bonyolult mozgások.

pl. Van Allen sugárzási övek a Föld körül:

(Megj.: a magyar Pille is mérte a sugárzást - Farkas Bertalan)

vagy: mágneses csapdázás, plazmafizika

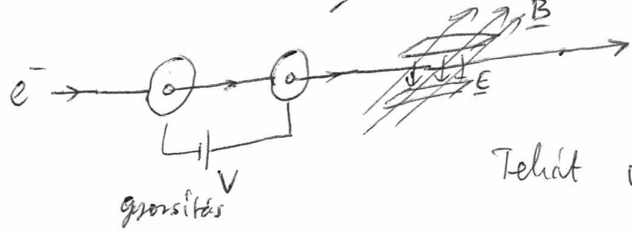
ALKALMAZÁS: sebesség-szelektor: $\underline{E}$ és $\underline{B}$ tér is; $\underline{E} \perp \underline{B} \perp \underline{v}$



a részecske pont akkor nem térül el, ha $qvB = qE$

=> $v = \frac{E}{B}$ sebesség kiválasztható (csak ezt engedi át)

THOMSON $\frac{e}{m}$ KÍSÉRLETE
(ELEKTRON FELFEDEZÉSE)



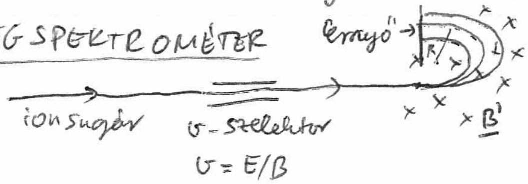
felgyorsított elektron sebessége: $v = \frac{E}{B}$

másrészt: $\frac{1}{2}mv^2 = e\cdot V \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2e\cdot V}{m}}$

Tehát $v = \frac{E}{B} = \sqrt{\frac{2eV}{m}} \Rightarrow \underline{\frac{e}{m} = \frac{E^2}{2VB^2}}$ (E, V, B mérhető!)

kísérlet: mindig ugyanaz az $\frac{e}{m}$ arány
↳ a katódsugár részecskékből áll! (elektron)

TÖMEGSPEKTROMÉTER



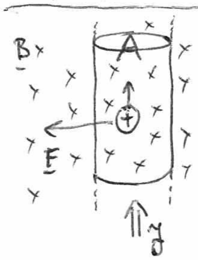
a sebességszelektor után még egy $\underline{B}'$ tér.

$v = \frac{E}{B}$ és $R = \frac{mv}{qB'}$. Egyszeresen töltött ionokra $|q| = |e| \Rightarrow m$ kiszámítható

Az első felfedezés ezzel: Ne-nak két izotópja van: ^{20}Ne és ^{22}Ne.

Mai műszerek tömegfelbontása $< 0{,}01\%$.

ÁRAMJÁRTA VEZETŐRE HATÓ ERŐ
(pl. villanymotor) (hangszóró)



egy töltésre hat: $F = qv_dB$, ahol v_d a driftsebesség.

l hosszú vezeték térfogata $A\cdot l$, benne nAl töltés mozog (n: töltések sűrűsége)

Tehát a teljes drótra ható erő: $F = nAl\cdot qv_dB = (nqv_dA)(lB)$

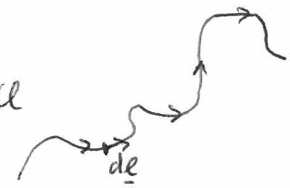
Viszont az áramsűrűség $J = nqv_d$ és az áramerősség $I = JA = nqv_dA$

Tehát $F = I\cdot l\cdot B$. Ha viszont a drót nem merőleges $\underline{B}$-re:

$$\boxed{\underline{F} = I\cdot \underline{l} \times \underline{B}}$$

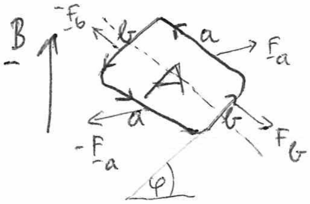
az erő ⊥ a vezetőre és $\underline{B}$-re is.
$\underline{l}$ iránya: az áram iránya.

Ha görbe vezetékünk van: $\underline{F} = \int I\cdot d\underline{l} \times \underline{B}$ vonal menti integrál



ÁRAMHUROK

téglalap alakú hurok esetén; homogén $\underline{B}$ térben:



az "a" hosszúságú oldalra $\underline{F}_a = I\cdot a\cdot B$ erő hat

a 4 oldalra ható erők összege nulla.

de $\underline{F}_a$ és $-\underline{F}_a$ hatásvonala nem egyezik $\Rightarrow$ forgatónyomaték $\neq 0$

$M = 2\cdot F_a \cdot \frac{b}{2}\sin\varphi = IB\underbrace{a\,b}_{A}\sin\varphi$. M maximális, ha $\underline{B}$ a hurok síkjában van.

$$\boxed{M = I\cdot B\cdot A\cdot \sin\varphi}$$

$I\cdot A$ neve: mágneses momentum, μ. $\Rightarrow M = \mu B\sin\varphi$

μ vektorként is értelmezhető, jobbkéz-szabály szerint:

Tehát vektorosan: $\boxed{\underline{M} = \underline{\mu} \times \underline{B}}$