

# A Compton-effektus vizsgálata

## *Mérési feladatok*

Csanád Máté

2017. május 2.

Az alábbiakban egy mérés kiértékelésén keresztül bemutatom a jegyzőkönyv elkészítése során teljesítendő feladatokat. Ez tehát nem egy példa-jegyzőkönyv, abban lényegesen több magyarázatra és leírásra van szükség.

## Tartalomjegyzék

1. A direkt fotonok számának vizsgálata	1
2. A Compton-csúcs keresése	2
3. Kalibráció	2
4. A Compton-formula vizsgálata	4
5. A hatáskeresztmetszet mérése	4

## 1. A direkt fotonok számának vizsgálata

Elsőként vizsgáljuk meg, hány fotont észlelünk a detektorunkban! A 294 másodperc alatt mért direkt foton spektrum és a hozzá tartozó Gauss-illesztés az 1. ábrán látható. Az illesztett függvény amplitúdója  $6053 \pm 64$ , a szélessége pedig  $4,9 \pm 0,1$ , amiből a csúcs területe  $52600 \pm 1600$ . Miatán a mérés 294 másodpercig tartott, a fotonhozam  $(179 \pm 5)$  1/s.

Ugyanakkor a detektorunk nem minden fotont észlel. A hatásfok pozíciófüggése 662 keV esetén

$$\eta(r) = \frac{0,123}{1 + e^{(|r|-17,6\text{mm})/3,6\text{mm}}} \quad (1)$$

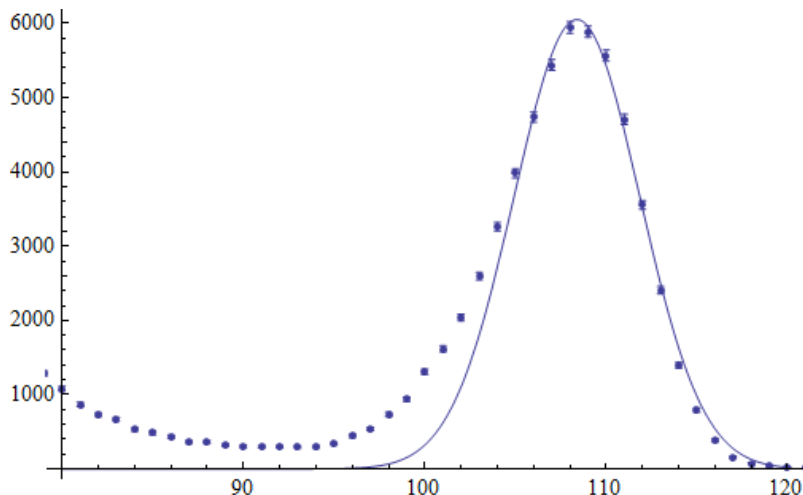
módon adódik. Ezt a fotonok által létrehozott „foltra” kell átlagolni, amely (a mérési elrendezés geometriája alapján) egy kb. 1,05 cm sugarú kör. Ebből  $\int_0^R \eta(|r|) d^2r / R^2 \pi$  módon számolható az átlagos hatásfok, azaz  $\bar{\eta} = 11,5\%$  lesz. Ez azt jelenti, hogy másodpercenként  $1556 \pm 43$  foton érhet el a detektort valójában.

Az 1. ábrán látható direkt foton spektrum mérésekor (2015. április 30-án, azaz 1963. július 1-je után 18931 nappal) a forrás aktivitása

$$A(t) = A(0)2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = 486,55 \text{ MBq} 2^{-\frac{18931}{11018,3}} = 147,88 \text{ MBq}. \quad (2)$$

Ennek 94,36%-a foton, illetve a kollimátor geometriája alapján 0,01156% jut ki, azaz elvileg másodpercenként 16133 foton érne el a céltárgyat. Ez a fenti méréssel összevetve egy 10-es faktor eltérést jelent - ennyire rossz közelítés pontszerű céltárggyal számolni.

A következő fejezettől két évvel későbbi, 2017-es méréseket dolgozunk fel. Az időeltérés alapján az 1556 másodpercenkénti fotonhozam korrigált értéke  $1494 \pm 41$  lesz.



1. ábra. A direkt fotonok mért spektruma.

$\phi$ [°]	Amplitúdó	csúcs helye	szélesség	elméleti energia [MeV]
30	$120,7 \pm 6,9$	$90,4 \pm 0,2$	$6,3 \pm 0,4$	564,1
40	$103,0 \pm 4,1$	$82,1 \pm 0,1$	$5,6 \pm 0,3$	508,0
50	$124,4 \pm 4,3$	$74,1 \pm 0,1$	$5,4 \pm 0,2$	452,6
60	$107,2 \pm 4,2$	$67,2 \pm 0,1$	$5,3 \pm 0,3$	401,8
70	$118,3 \pm 3,7$	$61,1 \pm 0,1$	$4,6 \pm 0,2$	357,4
80	$111,1 \pm 4,2$	$55,8 \pm 0,1$	$4,3 \pm 0,2$	319,7
90	$102,9 \pm 3,9$	$51,3 \pm 0,1$	$3,5 \pm 0,2$	288,4
100	$142,7 \pm 5,5$	$47,4 \pm 0,1$	$3,2 \pm 0,2$	262,7
110	$106,1 \pm 3,8$	$44,4 \pm 0,1$	$2,9 \pm 0,1$	241,7
120	$65,7 \pm 3,8$	$42,1 \pm 0,1$	$3,0 \pm 0,2$	224,9

1. táblázat. A különböző szögeknél mért spektrumok illesztésének paraméterei.

## 2. A Compton-csúcs keresése

Az következő feladat a Compton-csúcs megkeresése a spektrumban, és leírása Gauss-illesztéssel. Minden szög esetében a csatornaszám helyéből, az adott csatornában történt beütésszámból és annak gyökös hibájából kialakuló adatsort illesztjük Gauss alakkal (exponenciális háttéren). Ezek az illesztések láthatóak a 2(a)-2(j) ábrákon. Az illesztések adatait az 1. táblázat foglalja össze.

## 3. Kalibráció

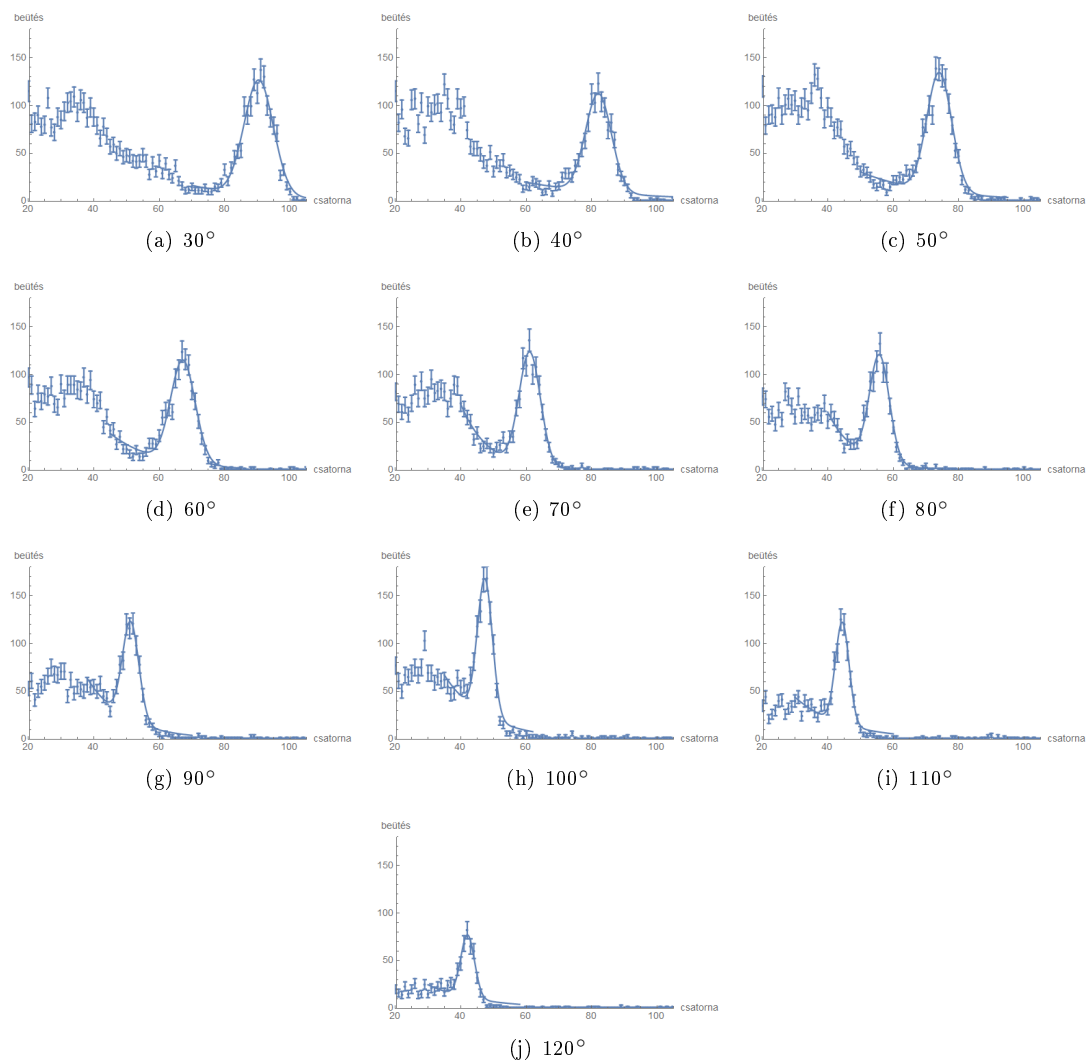
A mért csúcs helyeket összevetjük az elméleti értékekkel a Compton-formula szerint

$$E = E_0 / (1 + E_0 / mc^2 \cdot (1 - \cos \phi)), \quad (3)$$

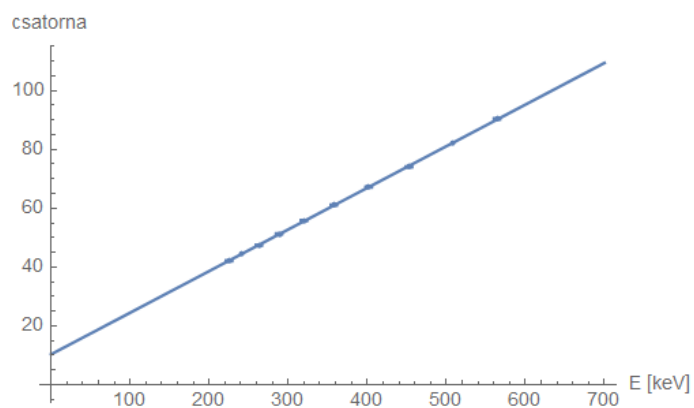
az értékeket ld. az 1 táblázatban. Erre egyenest illesztünk, amelynek egyenlete  $x = A \cdot E + B$ , ahol  $x$  a csúcs helye (csatornaszám) míg  $E$  az energia. Ezt az illesztés mutatja a 3. ábra. Az illesztés paramétereire

$$A = (0.1417 \pm 0.0006) / \text{keV} \quad (4)$$

$$B = 10.3 \pm 0.2 \quad (5)$$



2. ábra. A különböző szögeknél mért spektrumok, exponenciális háttér feletti Gauss illesztésével.



3. ábra. A csatornaszám ( $x$ ) és az energia ( $E$ ) közötti lineáris összefüggés. A kapott egyenes egyenlete (kerekítve)  $x = 0,14 \cdot E + 10,3$ .

$\phi$ [°]	$E_{\text{mért}}$ [keV]	$E_{\text{elm}}$ [keV]	$\chi^2$
30	$565,6 \pm 1,1$	564,1	1,8
40	$506,6 \pm 0,9$	508,0	2,3
50	$450,3 \pm 0,8$	452,6	7,8
60	$402,0 \pm 1,0$	401,8	0,1
70	$358,5 \pm 0,9$	357,4	1,6
80	$321,1 \pm 0,8$	319,7	3,1
90	$289,3 \pm 0,6$	288,4	2,3
100	$261,8 \pm 0,6$	262,7	2,0
110	$241,1 \pm 0,5$	241,7	1,4
120	$224,5 \pm 0,8$	224,9	0,2

2. táblázat. A különböző szögeknél mért fotonenergia, a kapcsolódó elméleti érték és a  $\chi^2$ . A  $\chi^2$  értékek összege 22,7, ami 0,4%-os konfidenciaszintnek felel meg.

adódik. Nekünk viszont a fordított összefüggésre van szükségünk, tehát az  $x$  csatornaszámból szeretnénk az  $E$  energiát megkapni. Ha erre az  $E = a \cdot x + b$  összefüggést alkalmazzuk, akkor

$$a = 1/A \quad (6)$$

$$b = -B/A \quad (7)$$

ahonnan a hibaterjedést is figyelembe véve

$$a = (7.06 \pm 0.03)\text{keV} \quad (8)$$

$$b = (-73 \pm 2)\text{keV} \quad (9)$$

adódik.

## 4. A Compton-formula vizsgálata

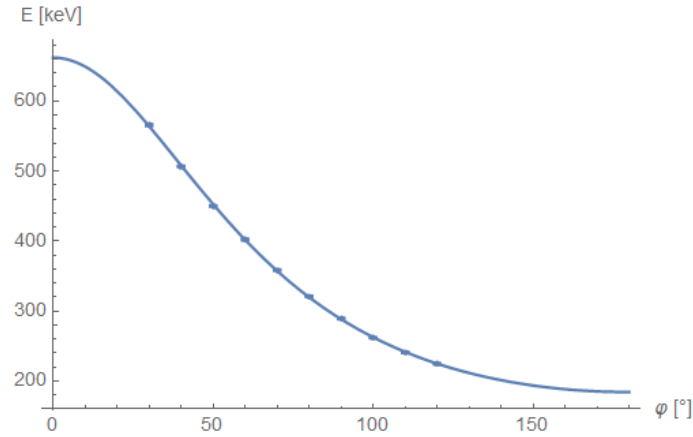
A fenti kalibrációval kiszámítjuk a mért energiát és annak hibáját, majd ezt összevetjük az elméleti, Compton-formulából kapott értékkel. Ez az összevetés a 2. táblázatban és a 4. ábrán látható. Az összevetésből  $\chi^2 = 22.7$  adódik, amely 0.4% konfidenciaszintnek felel meg (10 adatpont és 2 illesztett kalibrációs paraméter, azaz 8 szabadsági fok esetén). Ennyi tehát az esélye, hogy a Compton-formula igazsága esetén attól legalább ennyire eltérő mérési eredményeket kapjunk – ez az érték bár elég kicsi, de még éppen elfogadható a részecskefizika szokásos szabályai szerint. Fontos továbbá megemlíteni, hogy a kalibráció hibáját nem vettük figyelembe – ezt a szisztematikus hibák módszerével tehetnénk meg, azonban itt most ettől eltekintünk.

## 5. A hatáskeresztmetszet mérése

A 2 ábrák Gauss-görbéi alatti terület ( $\Delta N$  a továbbiakban) a Compton-szóródáson átesett, észlelt fotonok hozamát jelenti. Ebből, a mérés idejéből és különféle geometriai adatokból (amelyeket egy  $K$  konstansban foglalunk össze) megkaphatjuk a hatáskeresztmetszetet, ahogy az a jegyzetben szerepel. Az  $\eta$  hatásfokot is figyelembe véve a mérés és a hatáskeresztmetszet között az alábbi az összefüggés, a Klein-Nishina formulát figyelembe véve (ahol  $r_0$  a klasszikus elektronsugár):

$$\frac{1}{\eta} \cdot \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1}{K} \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2K} (P - P^2 \sin^2 \phi + P^3), \quad (10)$$

és itt  $P = E/E_0 = 1/(1 + E_0/mc^2 \cdot (1 - \cos \phi))$ . A fenti egyenlet bal oldalát mérjük, a jobb oldal pedig az elméleti érték. Az  $r_0^2/2K$  kifejezést illesztendő paraméternek tekintve összevetjük az elméletet a méréssel. Ezt mutatja a 3. táblázat és az 5. ábra. Az illesztésből  $r_0^2/2K = 1,79 \pm 0,05$  és  $\chi^2 = 7,8$  adódik, ez utóbbi teljesen megfelelő, 56% körüli konfidenciaszintnek felel meg, tehát nem cáfoltuk az elméletet.



4. ábra. A mért és az elméleti fotonenergiák szögfüggése. Az összehasonlítás  $\chi^2$  értéke 22,7, ami 0,4%-os konfidenciaszintnek felel meg.

$\phi$ [°]	$\frac{1}{\eta} \cdot \frac{\Delta N}{\Delta t}$ [1/s]	$\frac{r_0^2}{2K} (P - P^2 \sin^2 \phi + P^3)$ [1/s]	$\chi^2$
30	2,46±0,30	2,30	0,266
40	1,52±0,14	1,74	2,568
50	1,19±0,10	1,30	1,325
60	0,98±0,09	0,99	0,005
70	0,82±0,06	0,79	0,308
80	0,70±0,06	0,66	0,347
90	0,57±0,05	0,59	0,054
100	0,49±0,04	0,55	1,891
110	0,50±0,04	0,53	0,525
120	0,48±0,06	0,52	0,469

3. táblázat. A különböző szögeknél mért korrigált fotonhozam, a kapcsolódó elméleti érték és a  $\chi^2$ . A  $\chi^2$  értékek összege 7,8, az ehhez kapcsolódó konfidenciaszint 56%

Ugyanakkor, ahogy a jegyzetben szerepel, a  $K = M/(I dx \rho N_A Z \Delta \Omega)$  értéket az alábbiakból kaphatjuk meg:

$$M = 14 \text{ g/mol}, \quad (11)$$

$$Z = 8, \quad (12)$$

$$\rho = 1,03 \text{ g/cm}^3, \quad (13)$$

$$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}, \quad (14)$$

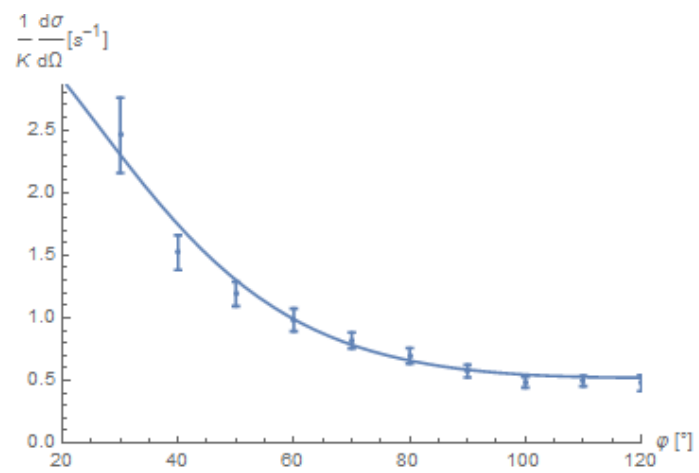
$$\Delta \Omega = 0,053 \text{ sr}, \quad (15)$$

$$I = 1494 \text{ 1/s}, \quad (16)$$

$$dx = 1,58 \text{ cm, ezekből pedig} \quad (17)$$

$$K = 2,26 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \quad (18)$$

Figyelembe véve, hogy  $r_0 = 2,83 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$ , ebből  $r_0^2/2K = 1,77 \text{ 1/s}$  adódik. Ez a fenti értékkel szépen egyezik. Az esetlegesen egyébként észlelhető eltérés magyarázata az is lehet, hogy  $dx$  nem a céltárgy vastagsága, hiszen henger alakú:  $dx$  valójában a henger átmérője. Továbbá ha számolásban az  $I$  aktivitást úgy kaptuk volna meg, hogy pontszerű forrást feltételezünk a kollimátor bementére (azaz nem az első szakaszban említett mérésből kapott  $I$  értéket használjuk), akkor is hibát vétenénk – a valóságban a forrás kiterjedése miatt a fotonok egy további része is elnyelődik a kollimátorban.



5. ábra. A korrigált mért és az elméleti hatáskeresztmetszet szögfüggése, a  $K$  faktossal osztva. Az illesztésből  $r_0^2/2K = 1,79 \pm 0,05$  1/s adódik. Az összehasonlítás  $\chi^2$  értéke 7,8, a konfidenciaszint ( $10 - 1 = 9$  szabadsági fokkal számolva) 56%.