Héjmodell, radioaktivitás

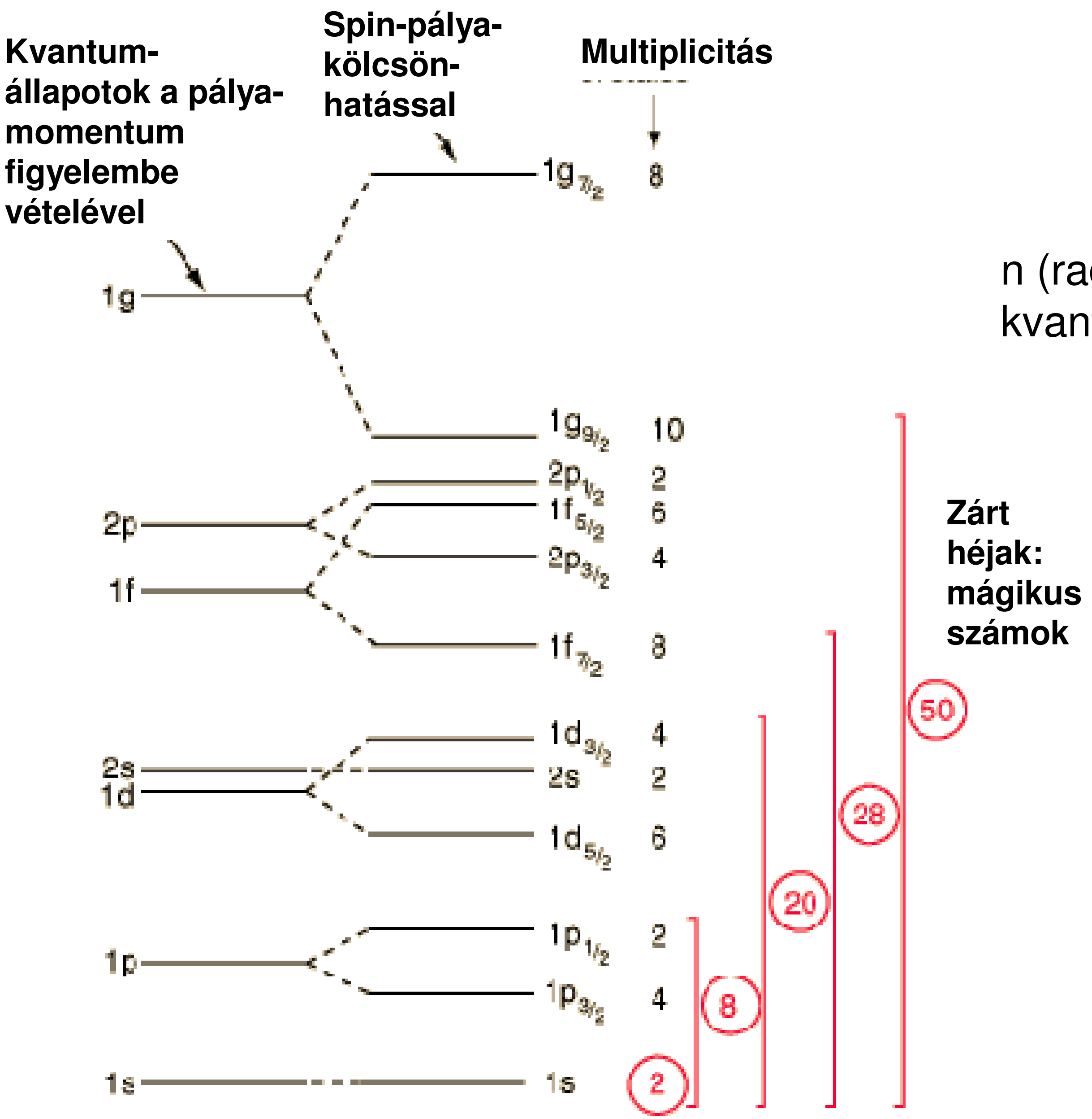
Atommag és részecskefizika

6. előadás 2011. március 29.

Héjmodell

- Kvantummechanikai magmodell
- Ehhez kétnukleon-potenciál kéne…
- Helyette gyakran: **átlagtér** közelítés (minden nukleon ebben a centrális térben mozog).
  Woods-Saxon potenciál: ahol sok nukleon van, ott mélyebb a potenciálgödör
- Független részecske modell: minden nukleonnak kiszámítjuk a hullámfüggvényét
- Hasonló kvantumszámok, pályaperdület stb. mint az atom esetén.
  1s, 1p, 1d, 2s, 1f, 2p stb. kvantummechanikai pályák.
- Az első 3 mágikus szám kijön. 1s: **2** nukleon, 1p: 2(2x1+1)=6 (eddig összesen **8**), 1d: 2(2x2+1)=10, 2s: 2 (összesen **20**).
- Nagyobb mágikus számokhoz kell a spin-pálya kölcsönhatás is!
  Ez a magokban igen nagy (erős).
- A nukleonok spinje a pályamomentummal *azonos* irányban szeret állni.
- FEKF szimmetria-tag: Pauli-elv, csak magasabb energiaszintek szabadok az „extra” nukleonok számára

Héjmodell spin-pálya kölcsönhatással



Jelölés:

$$1d_{3/2}$$

n (radiális kvantumszám)

Pályamomentum (L)

Teljes perdület (L+S)

Zárt héjaknál különlegesen stabil atommagok

Energiaváltozás béta-bomlásban

$$E_B = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_A \frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta(A,Z).$$

Izobárok (A=konst)
Páratlan A: **E(Z)** egy parabola, páros A: két parabola (pártag).

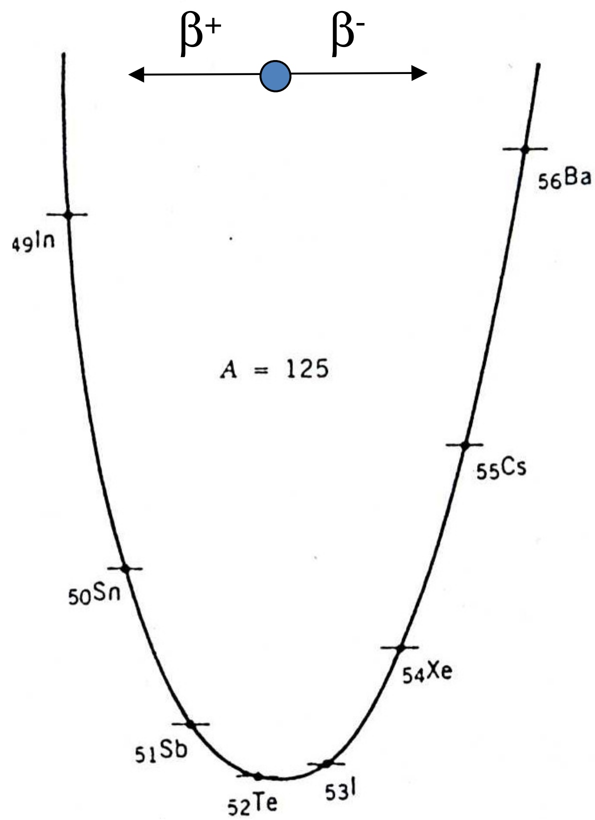
Páros A-nál két vagy több stabil izobár mag is létezhet: nem tudnak Alacsonyabb szintre kerülni.

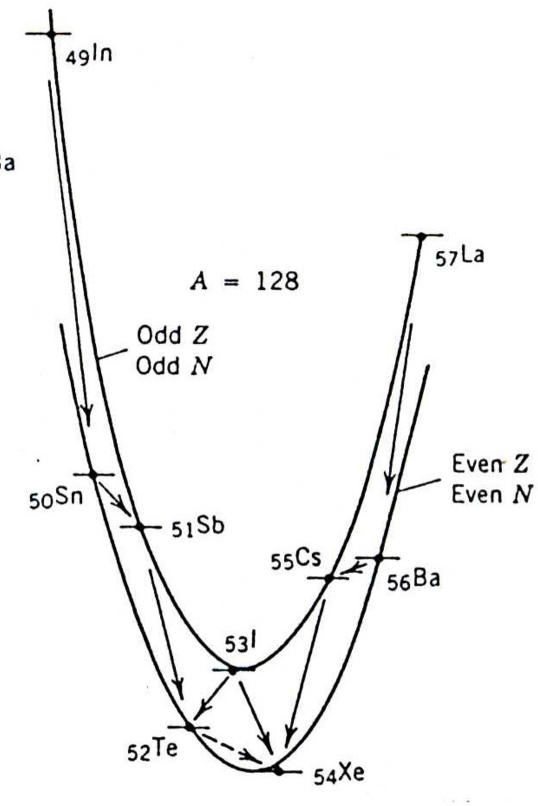
Minimumhely: Z szerinti derivált=0

Számolás: táblán

$$Z_{stabil} = \frac{A}{2} \frac{1}{1 + \frac{a_c}{4a_A} A^{2/3}}$$

Kis magokra: $Z \cong N \cong A/2$
Nagy magokra: $Z < A/2$





Két stabil izobár

neutronszám ⟵ ⟶ protonszám

Atommagok nyomatéka

- Spin: neutron és proton esetén is ½.
- Mágneses momentumuk is van: $\mu = g\mu_N S$
- μ_N a mag-magneton: $\mu_{\mathrm{N}} = \dfrac{e\hbar}{2m_{\mathrm{p}}}$
- g-faktor: proton: 5,586, neutron: -3,826 (nem nulla, kvarkokból áll!)
- A magspin a neutronok és protonok spinjeinek és pályamomentumainak összege (kvantumos szabályok szerint):

$$\vec{I} = \sum_i^Z \vec{S}_{pi} + \sum_j^N \vec{S}_{nj} + \sum_i^Z \vec{L}_{pi} + \sum_j^N \vec{L}_{nj}$$

- I^2 sajátértéke $\hbar^2 i(i+1)$,
  az I_z harmadik komponens értéke m=-i, i+1, …, i (egész v félegész)
- Páros A: a magspin egész, páratlan A: félegész.
- Páros N és Z esetén a magspin 0.

Magok mágneses momentuma

- A teljes mágneses momentumba a spinek és a *protonok* pályamomentuma adnak járulékot:

$$\vec{M} = \mu_N \left(g_p \sum_i^Z \vec{S}_{pi} + g_n \sum_j^N \vec{S}_{nj} + \sum_i^Z \vec{L}_{pi} \right)$$

- A perdület és a mágneses momentum nem párhuzamosak. A perdület megmarad. **M** ekörül precesszál, az időátlaga mérhető:

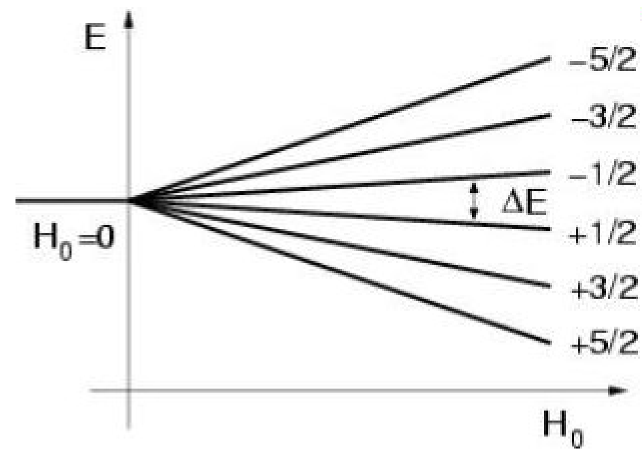
$$\vec{M}_{\text{eff}} = \vec{\mu} = \frac{\left(\vec{M} \cdot \vec{I}\right) \vec{I}}{I^2} = g \mu_N \vec{I}$$

Magok mágneses momentuma

- Páros-páros magokra mágn. mom. = 0.
- Páros-páratlan magok: a lezárt héjak és párok (magtörzs) momentuma 0, csak az utolsó nukleon számít
  - Spin és pályaperdület adandó össze
- Jelentősége:
  - Hiperfinom felhasadás az atomfizikában
  - Mágn. mom. hangolható, változtatható (NMR)

Mag-mágneses rezonancia (NMR)

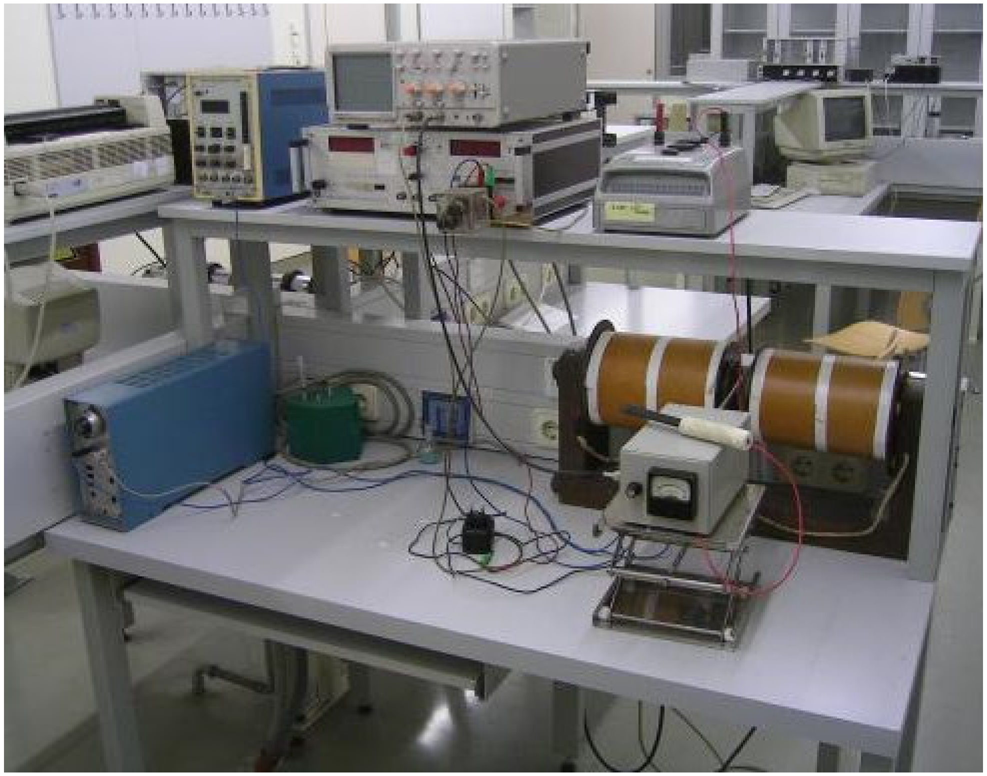
- Külső mágneses térben nívófelhasadás
- Szomszédos nívók közötti energiakülönbség: $\Delta E = |\gamma| \hbar H_0$
- Rezonancia-elnyelődést egy ω körfrekvenciájú fotonnal (rádiófrekvenciás EM térrel) hozhatunk létre:



$$h\nu = \hbar\omega = \Delta E = |\gamma| \hbar H_0$$

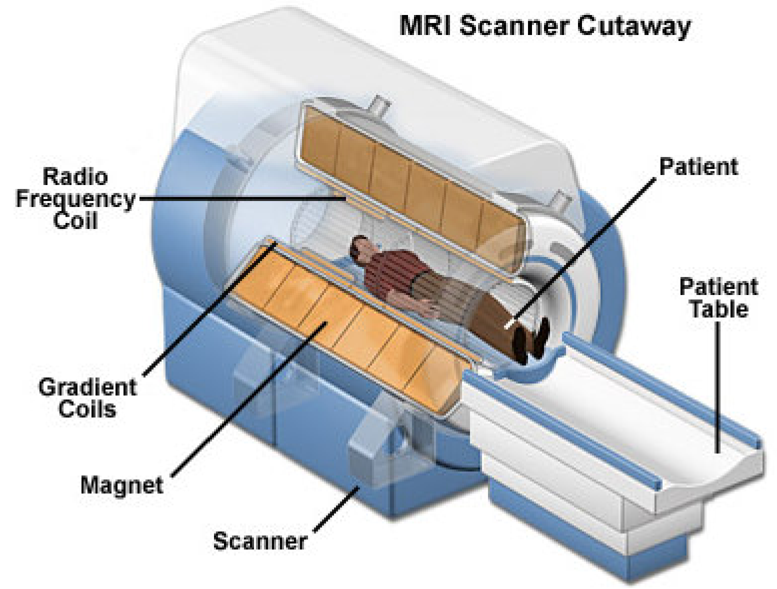
Mag-mágneses rezonancia (NMR)

- III. év, BSc. Korszerű vizsgálati módszerek labor
- Rádiófrekvenciás tekercs jósági tényezőjét mérjük (elnyelődés a mintában), változtatva a mágneses teret és a rádiófrekvenciát
- g-faktorok mérhetők (atommagok mágneses momentumai)



NMR alkalmazásai

- **Kémia**, **biofizika**, stb: molekulákban különböző (elektronszerkezetből származó) mágneses teret érző protonok máshol rezonálnak. Bonyolult molekulák szerkezete is feltérképezhető.
- **Orvosi**: beteg roncsolásmentes vizsgálata. Inhomogén mágneses térben a rezonancia csak egy síkfelület mentén jön létre. Ezt a felületet lassan mozgatva minden szeletben megmérhető az abszorbció. Ebből a protonsűrűség megmérhető, 3 dimenzióban is.

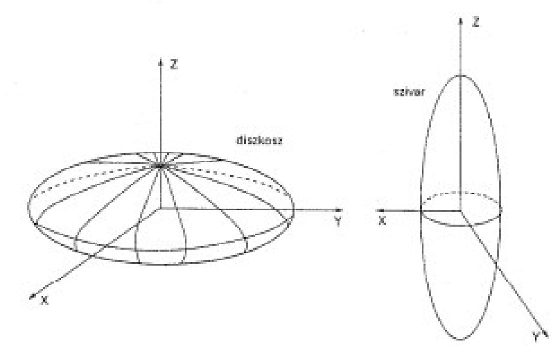


Elektromos kvadrupólmomentum

- Nem gömbszimmetrikus magokra nem nulla
- Magok általában forgási ellipszoid alakúak
- Töltés momentumai és az elektromos tér kölcsönhatási energiája:

$$E = qV_0 + \Sigma_i D_i \left(\frac{\partial V}{\partial x_i}\right)_{r=0} + \Sigma_{i,j} Q_{ij} \left(\frac{\partial E_i}{\partial x_j}\right)_{r=0} + \cdots$$

- D dipólmomentum =0, mivel nincs negatív töltés az atommagban.
- Q a kvadrupólmomentum, hengerszimmetrikus esetben egyetlen adattal leírható
- Diszkosz: Q<0, szivar: Q>0
- Nagy Q: jól gerjeszthető magok, mágikus számoktól távol vannak általában



Elektromos Q momentum mérése

- III. év, BSc. Korszerű vizsgálati módszerek labor
- Mössbauer-effektus (ld. később)
- Az elektromos térgradiens és Q szorzata mérhető, mint kis (*nanoelektronvoltos*) energia-eltolódás
- Külső tér ismeretében Q, Q ismeretében pedig a térgradiens kiszámítható az atommag helyén!
- 10-15 pontosságú relatív energiamérés

A radioaktivitás időbeli leírása

- a radioaktivitás statisztikus leírása, az elbomlott atommagok eloszlása, bomlási állandó.
- binomiális-, Poisson- és normális-eloszlás, átlag és szórás összefüggése.
- egyszerû bomlás differenciálegyenlete, exponenciális bomlástörvény, (exponenciális bomlástörvény felfedezése).
- hogyan változik az atommagok száma valójában?, felezési idõ, átlagos élettartam.
- aktivitás, teljes aktivitás, radioaktív sor, uránsor, soros bomlás differenciálegyenlete.
- leányelemek számának leírása, bomlási sor i. elemének idõfüggése, radioaktív egyensúly.
- radioaktív egyensúly beállási ideje, szekuláris egyensúly, tiszta uránból mikor lesz radon?
- Kormeghatározás Rb-Sr és ^{14}C módszerrel
- indukált radioaktivitás differenciálegyenlete, indukált magok számának idõfüggése, aktivációs elemanalízis elve
- párhuzamos bomlás, csatornaarány, atommagok gerjesztett állapotai,
- paritás, atommag perdülete, miért van a leánymag gerjesztett állapotaira történõ bomlásoknak különbözõ valószínûsége béta-bomlásban?

A radioaktivitás statisztikus képe

- N darab atom. A bomlások függetlenek.
- A bomlás valószínűsége a következő időegység alatt (másodpercben) független az atommag életkorától (örökifjúság)
- Bomlási állandó: egyetlen atommag időegységre jutó bomlási valószínűsége időfüggetlen. Jele: λ. Mértékegysége: 1/s.
- Egy atommag bomlásának valószínűsége egy dt időtartam alatt: $p_1 = \lambda\, dt$. N atommag van. Ebből n atommag fog elbomlani. n: valószínűségi változó. p(n)=?

Binomiális eloszlás

- p(n) binomiális eloszlású:

$$p(0) = (1 - p_1)^N$$

$$p(1) = Np_1(1 - p_1)^{N-1}$$

$$p(2) = \binom{N}{2} p_1^2 (1 - p_1)^{N-2}$$

$$p(n) = \binom{N}{n} p_1^n (1 - p_1)^{N-n}$$

- dt idő alatt elbomlott magok átlagos száma:

$$\overline{n} = \sum_{n=0}^{N} n \cdot p(n) = \sum_{n=1}^{N} n \binom{N}{n} p_1^n (1 - p_1)^{N-n} = \sum_{n=1}^{N} N \binom{N-1}{n-1} p_1^n (1 - p_1)^{N-n} =$$

$$= Np_1 \sum_{n=1}^{N} \binom{N-1}{n-1} p_1^{n-1} (1 - p_1)^{(N-1)-(n-1)} = Np_1 \sum_{k=0}^{K} \binom{K}{k} p_1^k (1 - p_1)^{K-k} = Np_1$$

Időegység alatt bomlott magok számának szórása

- Hasonlóan kapható, hogy a szórásnégyzete:

$$\sigma_n^2 = Np_1\left(1 - p_1\right)$$

- Ha p_1<<1: λdt <<1 $\rightarrow \sigma_n^2 = Np_1 = \overline{n}$

- Relatív szórás:

$$\sigma_n = \sqrt{\overline{n}} \qquad \frac{\sigma_n}{n} = \frac{1}{\sqrt{\overline{n}}}$$

Sok atommag határesete

- Np_1=konst., $N\to\infty$, $\lambda dt = p_1 \to 0$.
- Stirling-formula: $n! \approx \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$

$$p(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p_1^n (1-p_1)^{N-n} = \frac{\left(\frac{N}{e}\right)^N \sqrt{2\pi N}}{\left(\frac{N-n}{e}\right)^{N-n} \sqrt{2\pi(N-n)} \cdot n!} p_1^n (1-p_1)^{N-n} =$$

$$= \frac{N^N \sqrt{N}}{(N-n)^{N-n} \sqrt{N-n}} p_1^n (1-p_1)^{N-n} \frac{1}{n!} \frac{e^{-N}}{e^{-(N-n)}} = \frac{N^n p_1^n}{n!} \frac{N^{N-n} \sqrt{N} (1-p_1)^{N-n}}{(N-n)^{N-n} \sqrt{N-n}} e^{-n} =$$

$$= \frac{(Np_1)^n}{n!} e^{-n} \left(\frac{N-Np_1}{N-n}\right)^{N-n} \sqrt{\frac{N}{N-n}} \approx \ldots$$

- Az $n/N \to 0$ határesetben folytatjuk a számolást.

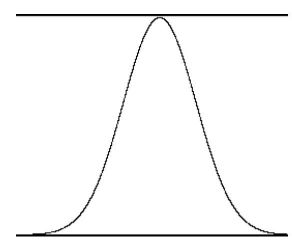
Az exponenciális bomlástörvény

Felhasználva, hogy $\left(\dfrac{N-Np_1-n+n}{N-n}\right)^{N-n}=\left(1+\dfrac{n-Np_1}{N-n}\right)^{N-n}\approx e^{n-Np_1}$

$$p(n)=\frac{(Np_1)^n}{n!}e^{-n}\left(\frac{N-Np_1}{N-n}\right)^{N-n}\sqrt{\frac{N}{N-n}}\approx\frac{(Np_1)^n}{n!}e^{-n}e^{n-Np_1}=\frac{(Np_1)^n}{n!}e^{-Np_1}=$$

$$=\frac{(\overline{n})^n}{n!}e^{-\overline{n}}$$ Poisson-eloszlás!

Ha $\overline{n}>>1$, a Gauss-görbéhez hasonít: $e^{-\frac{(n-\overline{n})^2}{2\sigma_n^2}}=e^{-\frac{(n-\overline{n})^2}{2\overline{n}}}$



A részecskék számának változása dt idő alatt: $\Delta N=-\overline{n}=-Np_1=-N\lambda\cdot dt$

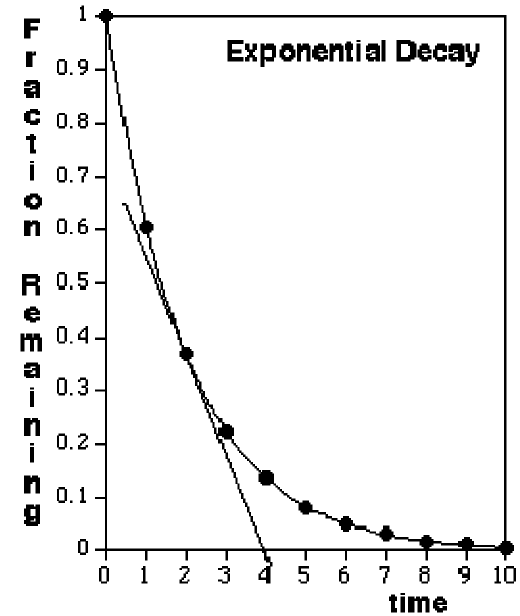
Tehát: $\dfrac{dN}{dt}=-\lambda N$ N a jelenlévő, még el nem bomlott atommagok pillanatnyi száma.

Ez az egyszerű bomlás differenciálegyenlete. Megoldása: $\boxed{N(t)=N_0e^{-\lambda\cdot t}}$

Felezési idő

Az az idő, amely alatt a kezdeti atommagok száma megfeleződik (nagy N-re).

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \longrightarrow T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$



A bomlás időpillanatának valószínűségeloszlása:

$$p(t) = \frac{e^{-\lambda t}}{\int_0^\infty e^{-\lambda t} dt}$$

Az atommag **átlagos élettartam**a:

$$\tau = \int_0^\infty t \cdot p(t) dt = \frac{\int_0^\infty t \cdot e^{-\lambda t} dt}{\int_0^\infty e^{-\lambda t} dt} = \frac{1/\lambda^2}{1/\lambda} = \frac{1}{\lambda} = \frac{T_{1/2}}{\ln 2}$$

Tehát $\tau > T_{1/2}$

Pl szabad neutron:
$T_{1/2}$ = 8 perc
τ = 11 perc

A bomlás statisztikus jellege

Példa: van egyetlen atommagunk, felezési ideje 1 perc. Hány (bomlatlan) atommagunk lesz 1 perc múlva?
Válasz: 0 vagy 1, mindkettő 50% valószínűséggel.

Példa: van 1 atommagunk, a felezési idő 1 perc. Hány (bomlatlan) atommagunk lesz 2 perc múlva?
Válasz: 0 (75% valószínűséggel) vagy 1 (25% valószínűséggel).

Példa: van 1 atommagunk, a felezési idő 1 perc. Várunk 1 percig, és látjuk, hogy az atommag ezt a percet sikeresen túlélte. Várunk még egy percet. Hány (bomlatlan) atommagunk lesz a *második perc után*?
Válasz: 0 (50% valószínűséggel) vagy 1 (50% valószínűséggel). Mindegy, hogy az atommagunk az időmérés kezdetekor milyen öreg volt.

Példa: van 4 atommagunk, a felezési idő 1 perc. Hány (bomlatlan) atommagunk lesz 1 perc múlva?
Válasz: 0, 1, 2, 3 vagy 4, mégpedig 1/16, 1/4, 3/8, 1/4 és 1/16 valószínűséggel.

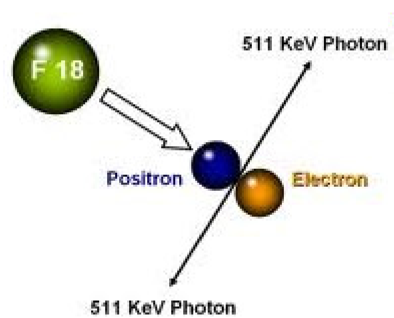
Példa: van 3 atommagunk, a felezési idő 1 perc. Hány (bomlatlan) atommagunk lesz 2 perc múlva?
Válasz: házi feladat

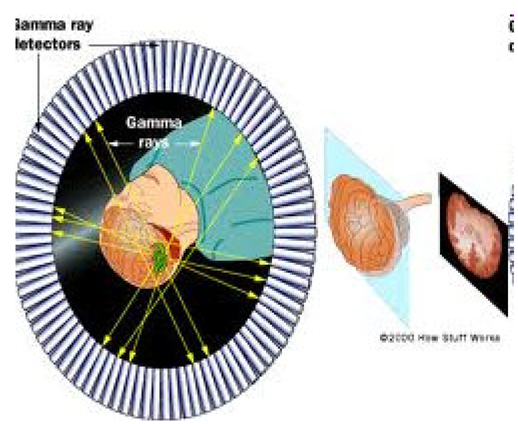
Aktivitás

Időegység alatti bomlások száma az aktivitás.
Jele: **A.** Mértékegysége: Bequerel. **Bq** = 1/s.
Egyszerű bomlás esetén:

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda \cdot t} = \lambda N(t) \qquad \longrightarrow \qquad \boxed{A = \lambda N}$$

Gyakoribb radioaktív izotópok, amikkel találkozunk:
^{137}Cs (talajban, atomrobbantások és reaktorbalesetek miatt): egyszerű bomlás
^{238}U, ^{235}U: leányaik tovább bomlanak, bomlási lánc
^{14}C, ^{3}H : légkörben, folyamatosan keletkezik (kozmikus sugárzás)
^{40}K: egyszerre β+ és β^- bomló. Élelmiszerekben.
^{18}F: pozitronforrás PET-hez.





A soros bomlástörvény differenciálegyenlete

Bomlási sor: ha a leányelem is radioaktív. Pl.:

$$^{238}_{92}U \Rightarrow {}^{234}_{90}Th \Rightarrow {}^{234}_{91}Pa \Rightarrow {}^{234}_{92}U \Rightarrow {}^{230}_{90}Th \Rightarrow {}^{226}_{88}Ra \Rightarrow {}^{222}_{86}Rn \Rightarrow \ldots$$

Mi lesz a különböző izotópok számának időfüggése?

$$\dot{N}_1(t) = -\lambda_1 N_1 = -\lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t}$$

$$\dot{N}_2(t) = -\lambda_2 N_2 + \lambda_1 N_1 = -\lambda_2 N_2 + \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 \cdot t}$$

Megoldás:

$N_2^{\hom} = A e^{-\lambda_2 \cdot t}$ $\quad N_2^{in\hom} = B e^{-\lambda_1 \cdot t}$ Behelyettesítve:

$$-\lambda_1 B e^{-\lambda_1 \cdot t} = -\lambda_2 B e^{-\lambda_1 \cdot t} + \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 \cdot t} \quad \Rightarrow -\lambda_1 B = -\lambda_2 B + \lambda_1 N_{10} \Rightarrow B = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10}$$

$$N_2(t) = A e^{-\lambda_2 \cdot t} + \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t}$$

$$N_{20} = A + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10} \Rightarrow A = N_{20} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{10}$$

Kezdeti feltétel: $N_2(0) = N_{20}$

$$\boxed{N_2(t) = N_{20} e^{-\lambda_2 \cdot t} + \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)}$$

Hosszabb bomlási sorok

Abszolút aktivitás az aktivitások összege: $A_{TOT} = \sum_i A_i = \sum_i \lambda_i N_i$

$$\dot{N}_1(t) = -\lambda_1 N_1$$

$$\dot{N}_2(t) = -\lambda_2 N_2 + \lambda_1 N_1$$

$$\dot{N}_3(t) = -\lambda_3 N_3 + \lambda_2 N_2 \qquad \Rightarrow N_3(t) = \sum_{i=1}^{3} b_i e^{-\lambda_i t} \qquad b_3 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)}$$

Általánosítva, ha t=0-ban *csak az anyaelem* volt jelen, a leányok nem, akkor t-ben:

$$A_{TOT}(t) = N_0 \sum_{i=1}^{n} c_i e^{-\lambda_i t}$$

ahol az együtthatók:

$$c_m = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_2 \ldots \lambda_n}{(\lambda_1 - \lambda_m)(\lambda_2 - \lambda_m)\ldots(\lambda_n - \lambda_m)}$$

ahol a nevezőben kimarad a $(\lambda_m - \lambda_m)$ tag.

A radioaktív egyensúly

$$A_1(t) = \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t}$$

$$A_2(t) = \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

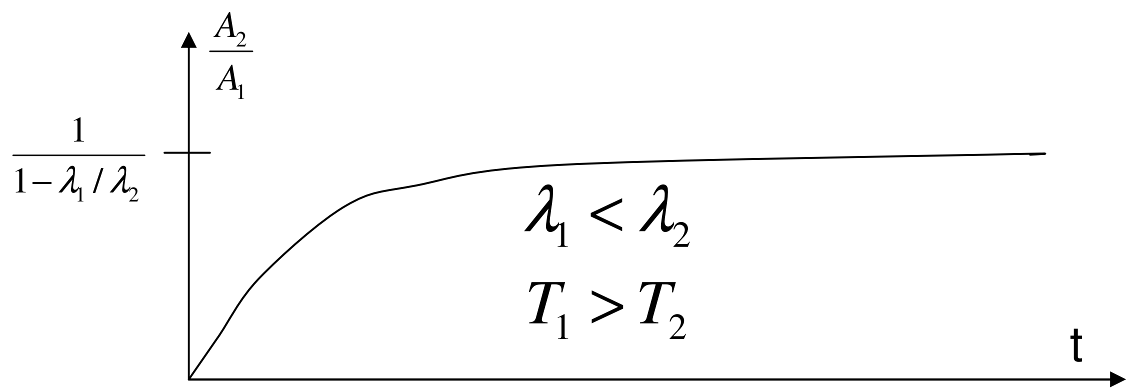
$$\frac{A_2(t)}{A_1(t)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(1 - e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t}\right)$$

Az arány a $\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$ konstanshoz tart, ha $\lambda_1 < \lambda_2$. Radioaktív egyensúly.

$\lambda_1 << \lambda_2$ esetén $\frac{A_2(t)}{A_1(t)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(1 - e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t}\right) \approx 1 - e^{-\lambda_2 t} \xrightarrow{t \to \infty} 1$

Szekuláris egyensúly.

<u>Def.</u>: $\exists$ t_0,R hogy $t>t_0$ -ra $\left|\frac{A_2}{A_1} - R\right| < \varepsilon$



Pl. ${}^{226}_{88}Ra \Rightarrow {}^{222}_{86}Rn$

T_{Ra} =1500 év
T_{Rn} =13,8 nap
Beállási idő (1% pontosságra): $t_0 = \frac{\ln 0{,}01}{\ln 2} \cdot \frac{\ln 2}{-\lambda_2} = \frac{\ln 0{,}01}{\ln 2} \cdot T_2 = 6{,}64 T_2 = 25 nap$

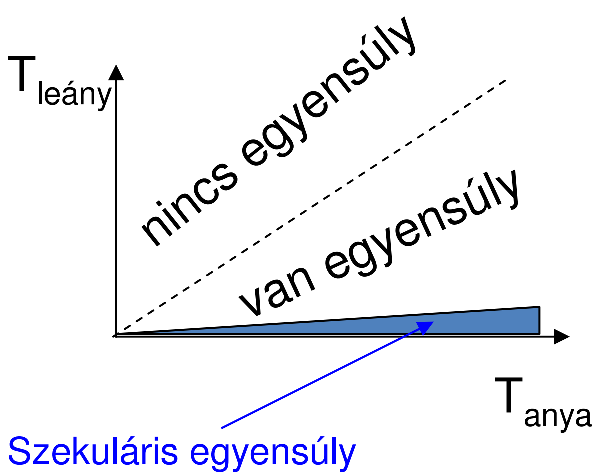
Hosszú radioaktív sorok

Pl $${}^{238}_{92}U \Rightarrow {}^{234}_{90}Th \Rightarrow {}^{234}_{91}Pa \Rightarrow {}^{234}_{92}U \Rightarrow {}^{230}_{90}Th \Rightarrow {}^{226}_{88}Ra \Rightarrow {}^{222}_{86}Rn \Rightarrow \ldots$$

$$\frac{A_i(t)}{A_1(t)} = R_i = \frac{\sum_{k=1}^{i} a_{ik} e^{-\lambda_k t}}{\lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t}} = \frac{1}{\lambda_1 N_{10}} \left(a_{i1} + a_{i2} e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} + a_{i3} e^{(\lambda_1 - \lambda_3)t} + \ldots \right)$$

T_{238U}=4,4 milliárd év
T_{234U}=250 millió év

Az adott leány, és őseinek felezési ideje számít.
^{234}U nagyon lassan áll be az egyensúlyba, és az alatta levő Izotópok is.



λ_1 elhanyagolható a többi mellett.
Az uránsor szekuláris egyensúlyba is be tud állni.
$A_1 \approx A_2 \approx A_3 \ldots$

Indukált radioaktivitás

- Általában neutron-besugárzással (reaktorok, gyorsítók): n+A $\rightarrow$ I, ahol I gyakran radioaktív izotóp. A reakcióráta:

$$\dot{N}_{reakció} = \sigma j N_{céltárgy} = R$$

σ: neutronbefogás hatáskeresztmetszete
j: neutronfluxus

$$\dot{N}_I = -\lambda N_I + R$$

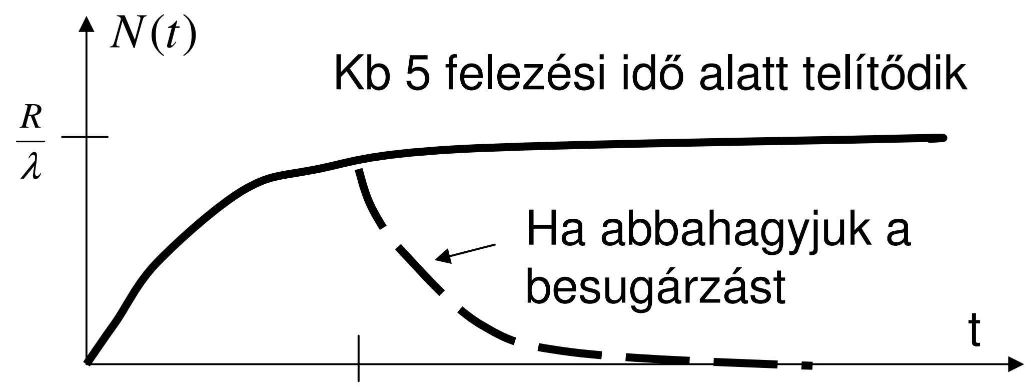
$$N_I(t) = Ae^{-\lambda t} + R/\lambda$$

Kezdőfeltétel legyen: $N_I(0) = 0 \quad \longrightarrow \quad N_I(t) = \frac{R}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda \cdot t}\right)$

$$\boxed{A_I(t) = R\left(1 - e^{-\lambda \cdot t}\right)}$$

Költséghatékonyság:
csak a lineáris tartományig érdemes elmenni (a telítés már üzemidő-pazarló)

Aktivációs analízis,
BME reaktor (MSc labor)



Exponenciális bomlás első megfigyelései

- Uránszurokérc vagy tórium minta aktivitása ajtónyitáskor megváltozik… (Rutherford, Owens).
- Urán esetén a radon távozik (^{222}Rn), $T_{1/2}$=3,8 nap. Az aktivitás *exponenciálisan* csökken.

$$...\Rightarrow {}^{226}_{88}Ra \Rightarrow {}^{222}_{86}Rn \Rightarrow {}^{218}_{84}Po \Rightarrow {}^{214}_{82}Pb \Rightarrow ...$$

1500 év 3,8 nap 3 perc

Párhuzamos bomlás

- Lehet, hogy egy adott izotóp többféle módon is elbomolhat spontán.

$$^{40}_{19}K \rightarrow ^{40}_{20}Ca + e^- + \tilde{\nu}_e$$

$$^{40}_{19}K \rightarrow ^{40}_{18}Ar + e^+ + \nu_e$$

$$^{40}_{19}K + e^- \rightarrow ^{40}_{18}Ar^* + \nu_e$$

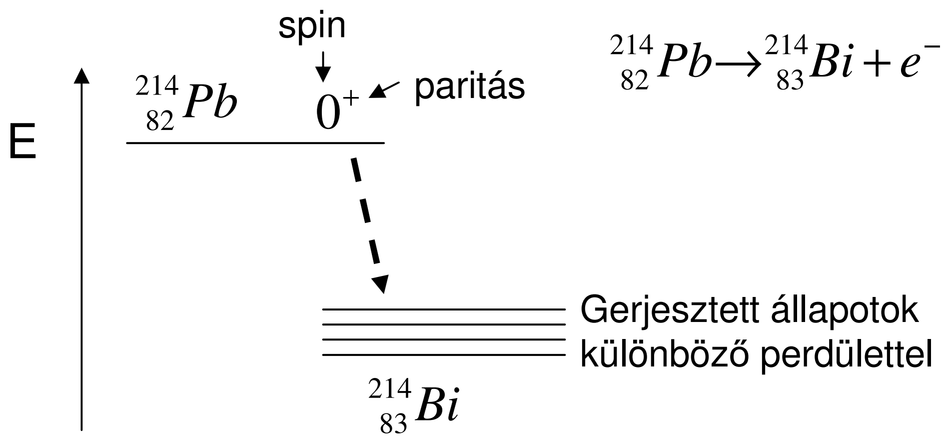
Gerjesztett atommagállapot

$$\dot{N}_1 = -\lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_1 = -(\lambda_1 + \lambda_2) N_1 = -\lambda N_1$$

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$$

Csatorna-arány: $g_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2}$ $\quad g_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$

Bomlás gerjesztett állapotokra



$$^{214}_{82}Pb \rightarrow ^{214}_{83}Bi + e^{-} + \tilde{\nu}_e$$

Perdület-megmaradás…

J^{π}: spin-paritás

Paritás: tértükrözés-szimmetria

$$\hat{P} f(\underline{x}) = f(-\underline{x})$$

$$\hat{P}^2 = \hat{1}$$

$$\lambda_{\hat{P}^2} = 1 \qquad \lambda_{\hat{P}} = \pm 1$$

$\Psi(\underline{x})$ paritás-sajátállapot

Minden atommagra $\pi = \pm 1$

$$\vec{I} = \sum_i^Z \vec{S}_{pi} + \sum_j^N \vec{S}_{nj} + \sum_i^Z \vec{L}_{pi} + \sum_j^N \vec{L}_{nj}$$

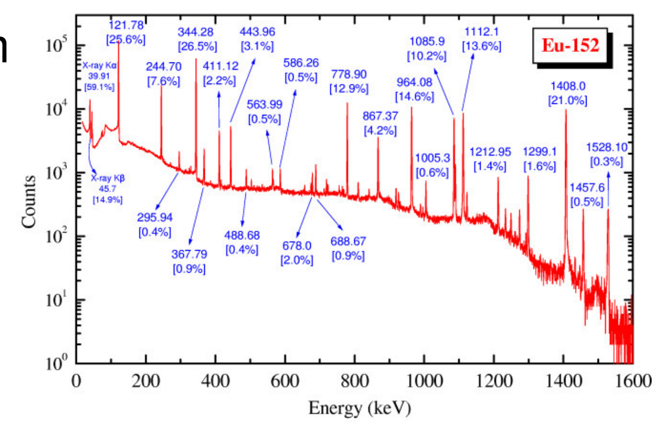
$$^{214}_{82}Pb \rightarrow ^{214}_{83}Bi + e^{-} + \tilde{\nu}_e$$

$0 \;=\; 1 \quad ½ \quad ½ \;+\; L_{e\nu}$

Nagyobb a bomlás valószínűsége, ha $L_{e\nu}$ kicsi.
A gerjesztett állapotok spinje, paritása más-más.
Többféle gerjesztett állapotra is történhet bomlás, más-más gyakorisággal, amit a végállapot spinje határoz meg. Az ezekre vonatkozó bomlási állandókat összeadjuk.
A gerjesztett állapotok gamma-bomlással érik el az alapállapotot (foton kisugárzás).
Tipikusan:
sok foton kisugárzása, különböző energiákkal és intenzitásokkal (valószínűségekkel)

Gamma-spektroszkópia

- Bomlási sorokban ill. egyszerű bomlásokban is jellemző egy-egy izotópra az általa kibocsájtott gamma-energiák (gamma-vonalak)
  - energiája
  - relatív intenzitása (gyakorisága)
  - Bomlási sorokban ill. egyszerű bomlásokban is jellemző egy-egy izotópra
- A gamma-spektrum mérésével
  - azonosíthatunk radioaktív izotópokat (radioaktív szennyezések, urán, tórium, kálium stb)
  - Mérhetjük koncentrációjukat, mennyiségüket a mintában
- Radioaktív egyensúly, szekuláris egyensúly felhasználása:
  - Olyan izotóp mennyiségére is következtethetünk, melyek nem sugároznak ki fotonokat (pl. alfa-sugárzók), a leányaik vagy unokáik viszont igen.
  - Ügyelni kell az illékony izotópokra (pl radon) ill. a m elérésére
- Műszerek: nagy rendszámú félvezető detektorok
  - Jó foton-elnyelési hatásfok
  - Nagy energiafelbontás

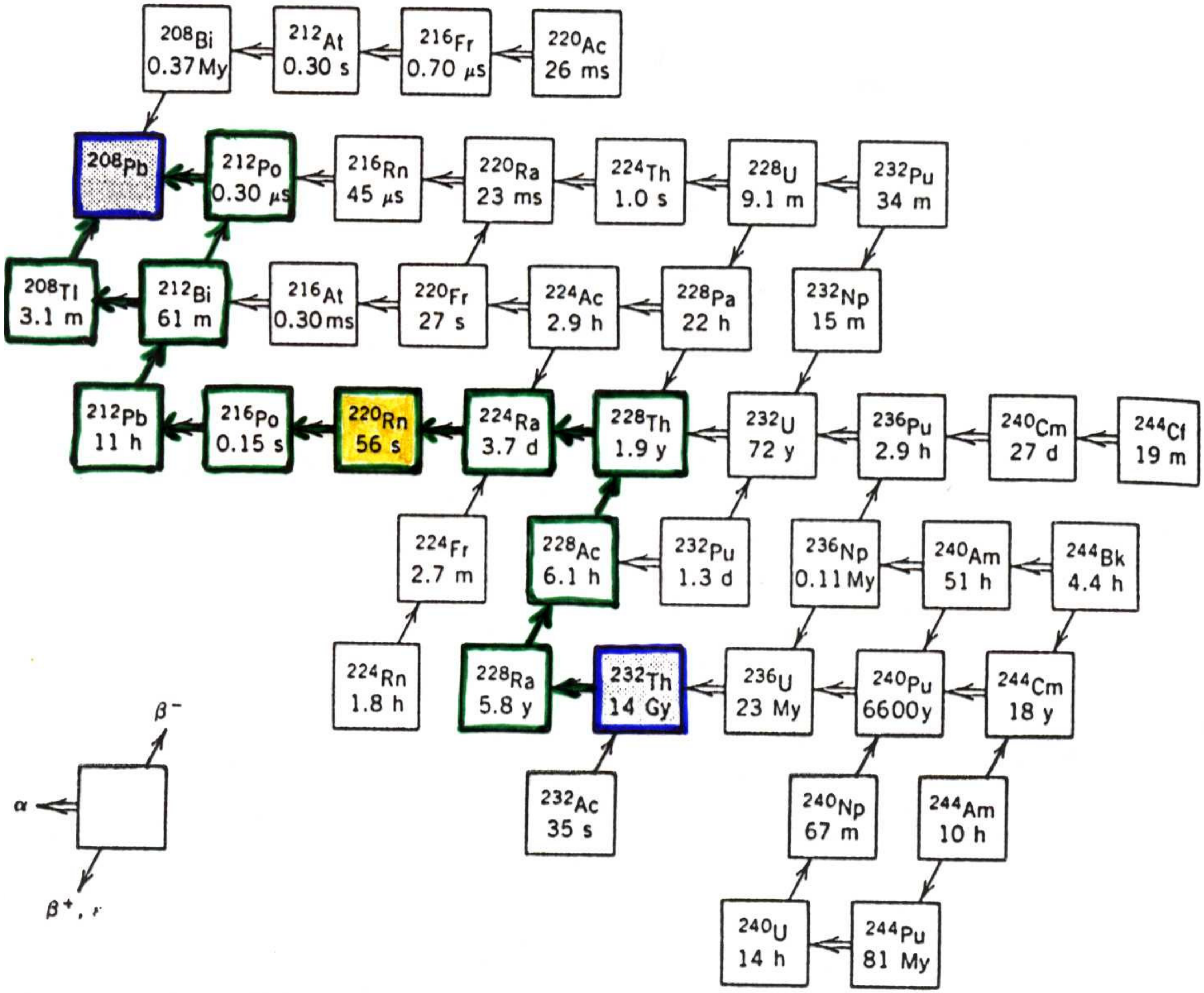


Radioaktív családok

- Az **A** tömegszám bomlás során 4-gyel csökken, vagy nem változik.
- A családokat az **A** néggyel való osztásának maradéka szerint kapjuk, tehát 4 család van: A=4k, 4k+1, 4k+2, 4k+3 (k egész).
- A családok között nincs átjárhatóság.
- A bomlási láncok tagjai mindig benne maradnak az anya radioaktív családjában.
- A mesterséges elemek és bomlásaik oldalágakon becsatlakoznak a családokba.
- A családok:

– Tórium-sor (4k)	^{232}Th	14,1 milliárd év
– *Neptúnium-sor (4k+1)*	^{237}Np	*2,14 millió év*
– Urán-sor (4k+2)	^{238}U	4,47 milliárd év
– Aktínium (4k+3)	^{235}U	0,7 milliárd év

- A természetes neptúnium-sor a Föld története során már elbomlott.
- Az uránnak valóban a 235-ös a ritkább izotópja (0,7%).
- A tórium és az urán rendkívül gyakori természetes elemek a talajban, kőzetekben (pl. gránit). Ezek a sorok adják a természetes radioaktivitás nagy részét.



208Bi 0.37 My
212At 0.30 s
216Fr 0.70 μs
220Ac 26 ms
208Pb
212Po 0.30 μs
216Rn 45 μs
220Ra 23 ms
224Th 1.0 s
228U 9.1 m
232Pu 34 m
208Tl 3.1 m
212Bi 61 m
216At 0.30 ms
220Fr 27 s
224Ac 2.9 h
228Pa 22 h
232Np 15 m
212Pb 11 h
216Po 0.15 s
220Rn 56 s
224Ra 3.7 d
228Th 1.9 y
232U 72 y
236Pu 2.9 h
240Cm 27 d
244Cf 19 m
224Fr 2.7 m
228Ac 6.1 h
232Pu 1.3 d
236Np 0.11 My
240Am 51 h
244Bk 4.4 h
224Rn 1.8 h
228Ra 5.8 y
232Th 14 Gy
236U 23 My
240Pu 6600y
244Cm 18 y
232Ac 35 s
240Np 67 m
244Am 10 h
240U 14 h
244Pu 81 My
β⁻
α
β⁺, ε

Kormeghatározás radioaktivitással

Egy anya-leány rendszert használunk fel, ahol az anya (A) felezési ideje nagy.
Ha eredetileg (t_0) NEM volt leányelem (L) a mintában (pl. kőzet megszilárdulásakor),
Akkor egyszerű a dolgunk.

$$N_L(t_1) + N_A(t_1) = N_A(t_0)$$

$$N_A(t_1) = N_A(t_0) \cdot e^{-\lambda(t_1 - t_0)}$$

$$\Delta t = t_1 - t_0 = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{N_A(t_0)}{N_A(t_1)} = \frac{1}{\lambda} \ln\left(1 + \frac{N_L(t_1)}{N_A(t_1)}\right)$$

A bomlási állandó mérhető laborban, megkapjuk Δt-t.

Feltételezések:

- kezdetben leánymagok NEM voltak a mintában
- nem kerültek leány- vagy anyamagok ki, vagy be a mintába időközben

Engedjük meg, hogy kezdetben is lehessen a mintában leányelem (ismeretlen mennyiségben). Ekkor az egyenlet módosul:

$$N_L(t_1) + N_A(t_1) = N_L(t_0) + N_A(t_0)$$

Kormeghatározás: Rb-Sr módszer

$$N_L(t_1) + N_A(t_1) = N_L(t_0) + N_A(t_0)$$

Hasznos, ha van egy stabil L' izotópja is az L leányelemnek, amelyikről feltehető, hogy végig azonos mennyiségben volt jelen: $N_{L'}(t_1) = N_{L'}(t_0)$

Ezt használva:

$$\frac{N_L(t_1) + N_A(t_1)}{N_{L'}(t_1)} = \frac{N_L(t_0) + N_A(t_0)}{N_{L'}(t_0)}$$

$$\frac{N_L(t_1)}{N_{L'}(t_1)} = \frac{N_A(t_1)}{N_{L'}(t_1)}\left[e^{\lambda(t_1 - t_0)} - 1\right] + \boxed{\frac{N_L(t_0)}{N_{L'}(t_0)}}$$

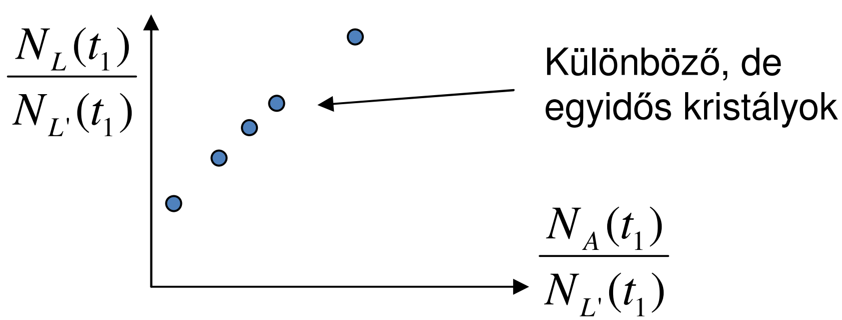
Mérhetők laborban

ismeretlenek

Különböző kristályokban egyeznie kell

y = x · m + b

Ábrázoljuk!



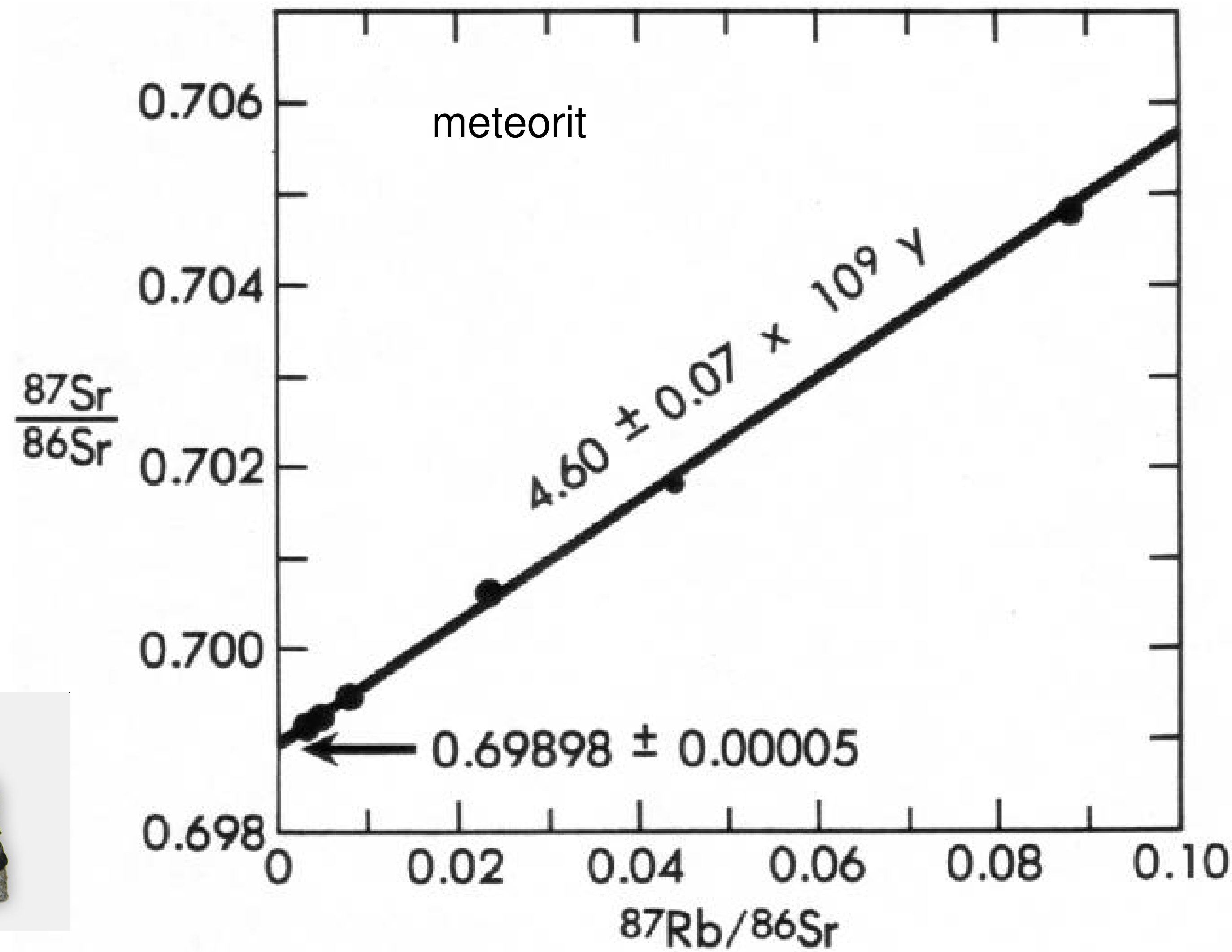
Meredekség: $e^{\lambda(t_1 - t_0)} - 1$

$\rightarrow t_1 - t_0$

Rb-Sr módszer: eredmény

$$^{87}Rb \rightarrow {}^{87}Sr$$

$$T_{1/2} = 4{,}8 \cdot 10^{10}\, év$$



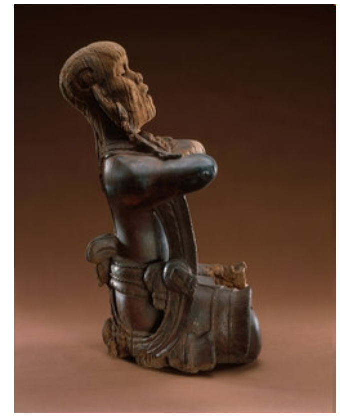
Felhasználások:
- meteoritok életkora
- Föld életkora
- stb.

^{14}C módszer

$$n + {}^{14}_{7}N^{1+} \rightarrow {}^{14}_{6}C + p$$

$$ {}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N^{1+} + e^{-} + \bar{\nu}_e$$

- Történelmi időkig (néhány tízezer év) visszamenve használható.
- ^{14}C folyamatosan termelődik a légkörben, kozmikus sugárzás miatt. $T_{1/2}$ = 5730 év.
- A kozmikus sugárzás időben állandó (igazolták évgyűrűkkel, más módszerekkel)
- Egy gramm szén: 15 bomlás percenként.
- Tömegspektrométerrel kisebb mennyiség is mérhető.
- ^{14}C beépül a növényekbe, állatokba (CO_2), majd az élőlény halála után már csak bomlik. Az izotóparányt kell mérni.
- A jövőben ez a módszer elromlik, a fosszilis energiahordozók elégetése és az atombomba-kísérletek tönkretették a légköri izotóparányt.



Libby, kémiai Nobel-díj, 1960