A sugárzás és anyag kölcsönhatása

Atommag és részecskefizika

9. előadás 2019. április 16.

Tematika – sugárzás és anyag kölcsönhatása

- Töltött és semleges részecskék és az anyag kölcsönhatásának áttekintése,
- Bethe-Bloch-formula, levezetésben használt közelítések, gondolatmenet, a formula, grafikusan ábrázolni, minimális ionizáció, skálatörvény, hatótávolság, Bragg-görbe, R energia és Z,A függése,
- straggling, elektron sugárzásos energiavesztesége, kritikus energia, sugárzási hossz,
- Cserenkov-sugárzás, Cserenkov-detektor,

- Semleges részecskék és az anyag kölcsönhatása,
- gamma-sugárzás: fotoeffektus, K,L él, energiafüggés, rendszámfüggés, ólomüveg, Ge-detektor, NaI összehasonlítása, Compton-effektus, Copton-él, rendszámfüggés, párkeltés, küszöbenergia,
- Z,E függvényében melyik folyamat a domináns, annihiláció, annihiláció detektálása

- Monoenergiájú gamma-sugárzás detektorban hagyott energiájának eloszlása, jellegzetes események,
- spektrum szerkezete, spektrum értelmezése,

RÉSZECSKÉK ÉS ANYAG KÖLCSÖNHATÁSA (ÁTTEKINTÉS)

TÖLTÖTT RÉSZECSKÉK

	• nehéz töltött részecskék ($p, d, \alpha, \dots$ atommagok)	• könnyű töltött részecskék ($e^-, e^+, \pi^-, \pi^+, \dots$)
ionizáció	Bethe-Bloch formula	$-\frac{dE}{dx} \sim (\dots) \frac{n_e}{m_e v_0^2}\left[\ln \frac{m_e v^2 E}{I^2} + \dots\right]$
	E_{KR}	
sugárzás	nem számottevő ($\sim \frac{1}{m^2}$)	$-\frac{dE}{dx} \sim \frac{E \cdot Z_k^2}{m_e^2} (\dots)$ + CSERENKOV sugárzás

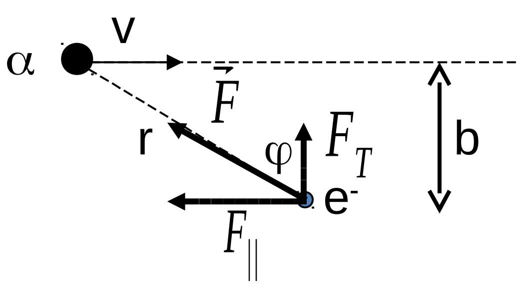
Nehéz töltött részecskék ionizációs energiavesztesége

A részecske (pl. α) az anyag elektronjainak adja át az energiát (kis tömeg miatt).

$$\frac{dE}{dx} = -\sigma_{stop}$$

$$\Delta p = F \Delta t$$

$$\int \vec{F}\, dt = \Delta \vec{p}$$



Közelítések:

α pályája egyenes

v = állandó (Δv<<v)

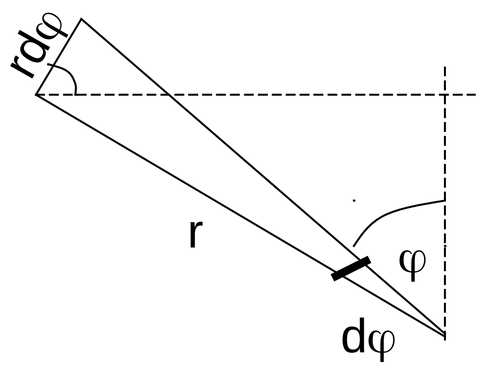
az elektron nem mozdul el (Δr_e<<b)

$$\int F_\parallel dt = 0$$

$$\int F_T dt = p = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ke^2 Z_\alpha}{r^2} \cos\phi \cdot dt =$$

$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{ke^2 Z_\alpha}{r^2} \frac{r}{v} d\phi = \frac{ke^2 Z_\alpha}{v} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\phi}{r} =$$

$$= \frac{ke^2 Z_\alpha}{vb} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\phi d\phi = \frac{2ke^2 Z_\alpha}{vb}$$



$$r \cdot d\phi = v \cdot dt \cos\phi$$

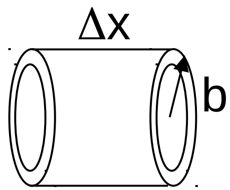
$$b = r\cos\phi$$

Bethe-Bloch formula

A meglökött elektron lendülete tehát: $\int F_T \, dt = \frac{2ke^2 Z_\alpha}{vb} = p_e$

A meglökött elektron energiája: $E_e = \frac{p_e^2}{2m_e} = \frac{4\left(ke^2\right)^2 Z_\alpha^2}{2m_e b^2 v^2}$

Az elektronok száma a *b* impakt paraméternél: $N(b) = n \cdot 2\pi b \cdot db \cdot \Delta x$



Az alfa-részecske energiavesztesége:

$$dE(b) = N(b) E_1 = n \cdot 2\pi b \cdot db \cdot \Delta x \frac{4k^2 e^4 Z_\alpha^2}{2m_e b^2 v^2}$$

$$\frac{dE}{dx}(b) = 4\pi k^2 e^4 n \frac{Z_\alpha^2}{m_e v^2} \frac{db}{b}$$

$$\frac{b_{\max}}{b_{\min}} = \sqrt{\frac{E_{\min}}{E_{\max}}}$$

A teljes energiaveszteség megtett úthossz-egységenként:

kvantum-
elektro-
dinamikában
ez nincs itt

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi k^2 e^4 n Z_\alpha^2}{m_e v^2} \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{db}{b} = \frac{4\pi k^2 e^4 n Z_\alpha^2}{m_e v^2} \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}} = \frac{4\pi k^2 e^4 n Z_\alpha^2}{m_e v^2} \boxed{\frac{1}{2}} \ln \frac{E_{\min}}{E_{\max}}$$

Bethe-Bloch formula

$$\left|\frac{dE}{dx}\right| = \frac{4\pi k^2 e^4 n Z_\alpha^2}{m_e v^2} \ln\frac{E_{\min}}{E_{\max}}$$

$E_{\min} > E_{\max}$

A b_{min}-hez tartozó energia-átadás

E_{max}= I (ionizációs energia), ettől kisebb energiát nem lehet átadni

E_{min}= $2m_e v^2$, mert „frontális" ütközés esetén az elektronnak max. 2v sebessége lehet.

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{4\pi k^2 e^4 n Z_\alpha^2}{m_e v^2} \ln\frac{2 m_e v^2}{I}$$

Relativisztikus effektusokat figyelembe véve (a töltött részecske transzverzális elektromos tere erősebb, ha fénysebességhez közel van a sebessége):

$$\boxed{\frac{dE}{dx} = -\frac{4\pi k^2 e^4 n Z_\alpha^2}{m_e v^2}\left[\ln\frac{2 m_e v^2}{I} - \ln\left(1-\beta^2\right) - \beta^2 - p\right]}$$

$$\beta = v/c$$

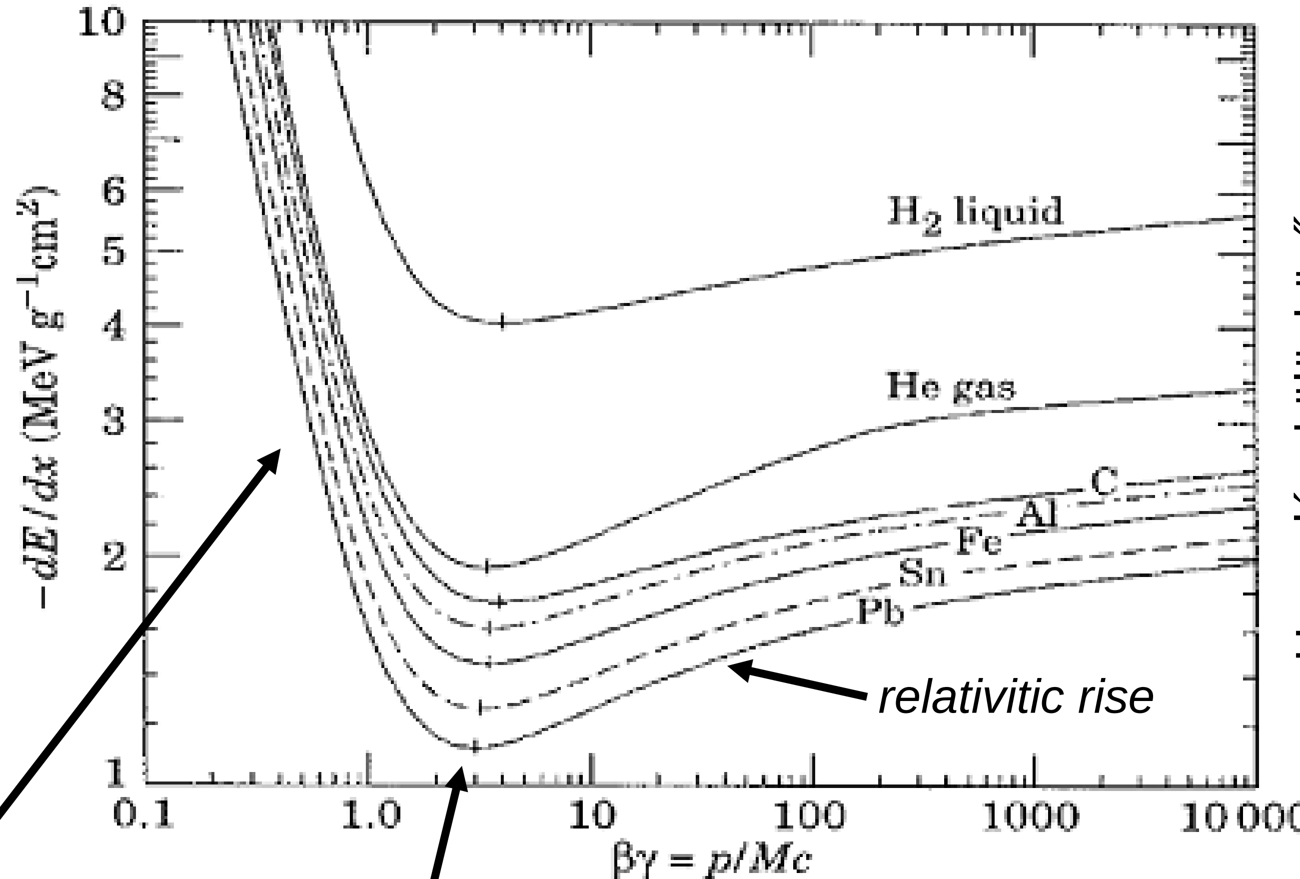
relat. korrekciók polarizációs tag

A részecske tömegétől, impulzusától stb külön NEM függ, csak sebességétől és töltésétől.

Bethe-Bloch formula

Szokásos ábrázolása:

Be kell Szoroznunk a sűrűséggel (*g/cm³*), hogy *MeV/cm*-t kapjunk.



Hasonló a különböző anyagokra

relativitic rise

~1/v²

Sebesség helyett a βγ szokásos

$$\beta\gamma = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Minimális ionizáció (MIP – *minimum ionising particle*)

Bethe-Bloch formula

Skálatörvény: $\boxed{\dfrac{dE}{dx} \approx K\dfrac{Z^2}{v^2}}$

ugyanabban az anyagban (detektorban).
Alkalmazás: pl.
- azonos impulzusú izotópok energialeadása más
- azonos impulzusú de különböző részecskék…

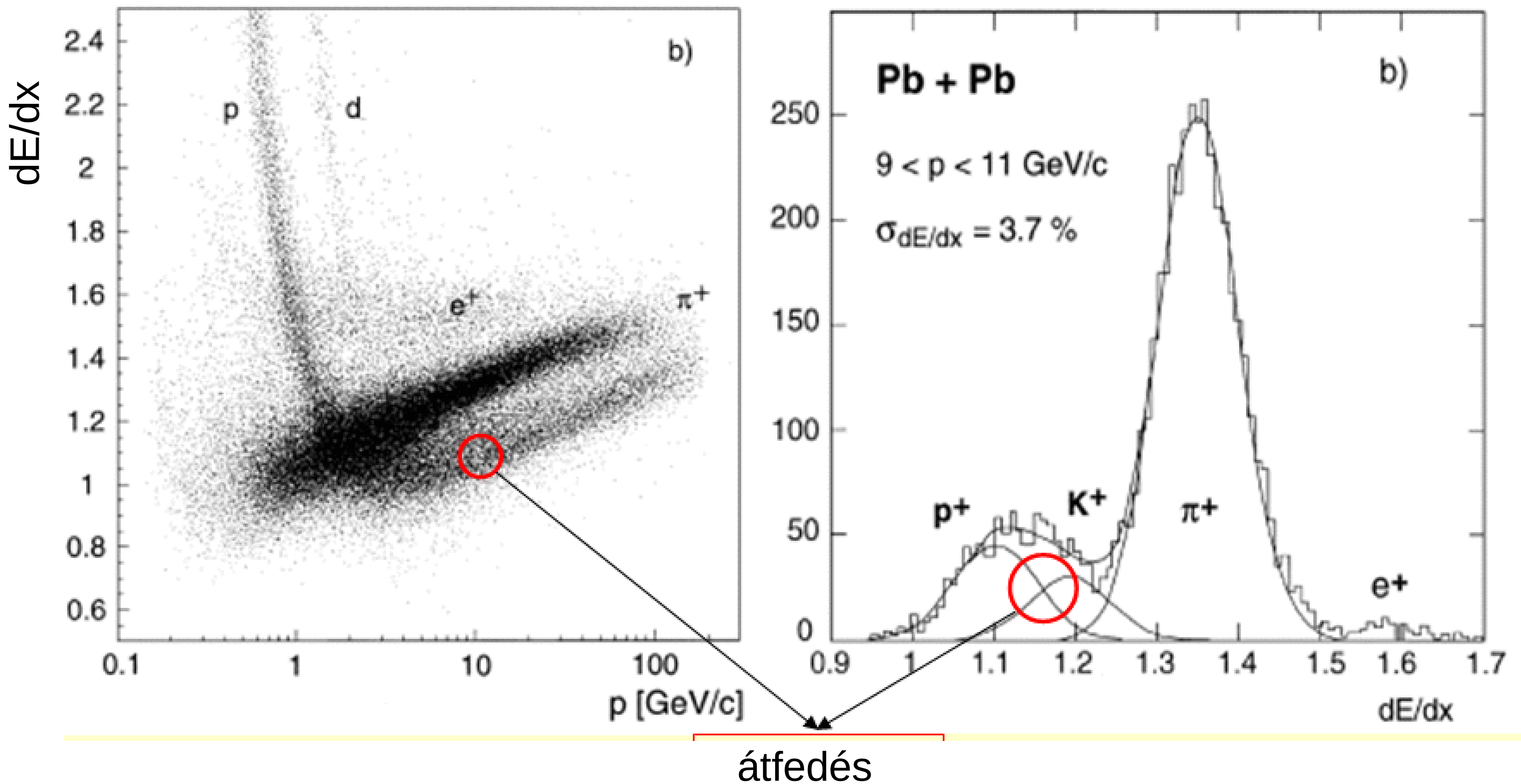
Nemrelativisztikusan mozgó izotópok:

$$E = \frac{1}{2}Mv^2 \approx \frac{1}{2}AM_N v^2 \longrightarrow \frac{E}{A} \sim v^2 \longrightarrow \boxed{\frac{dE}{dx} \sim \frac{Z^2 A}{E}}$$

Példa: egy 2 MeV energiájú proton 5 keV-et ad le egy detektoron áthaladva, akkor mennyi energiát ad le egy 6 MeV energiájú ^{12}C?

$$\frac{5\,keV}{?} = \frac{\frac{1\cdot 1}{2}}{\frac{6^2\cdot 12}{6}} \longrightarrow \frac{5\,keV}{?} = \frac{1}{144} \longrightarrow \underline{\underline{? = 0{,}72\,MeV}}$$

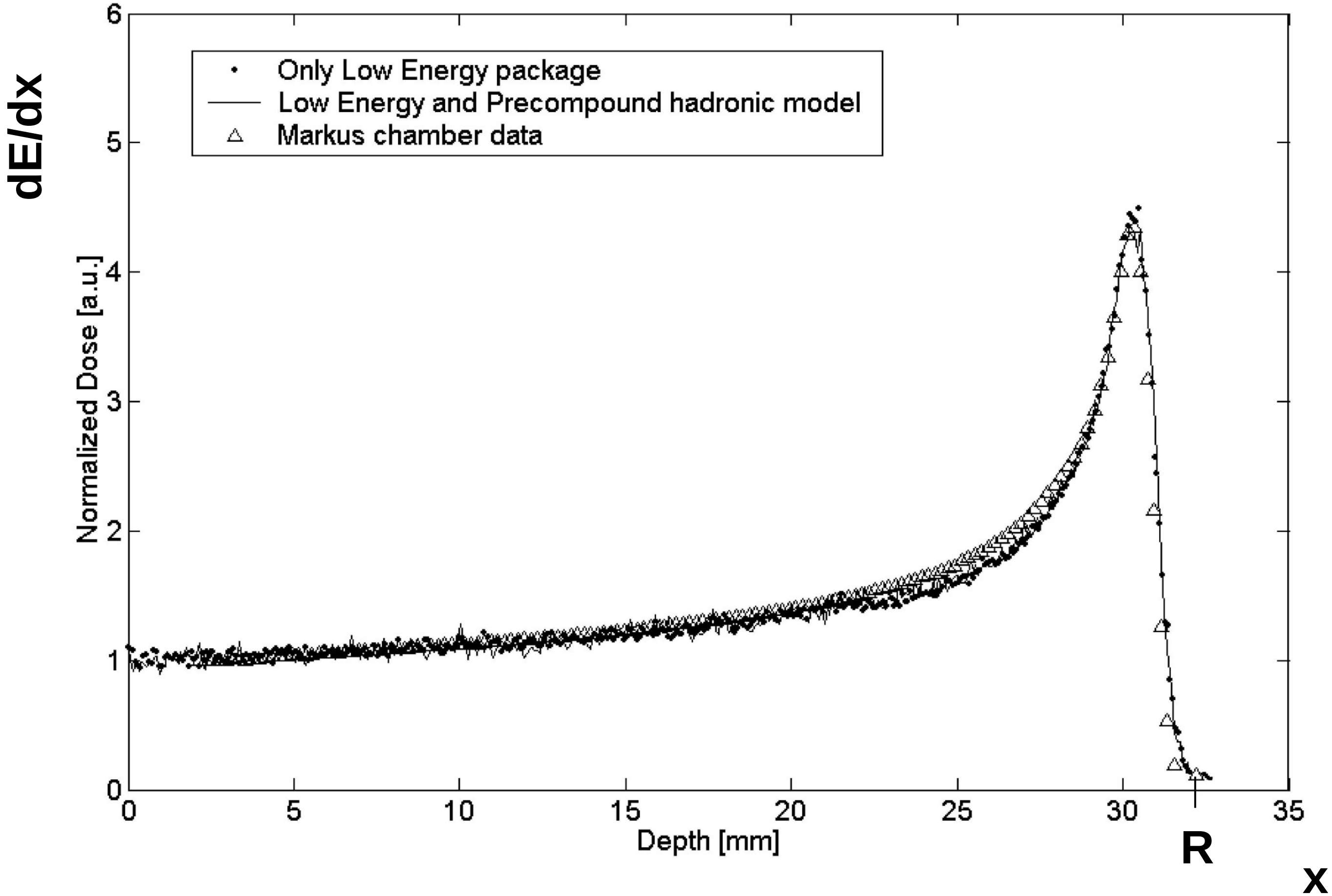
Részecske-azonosítás

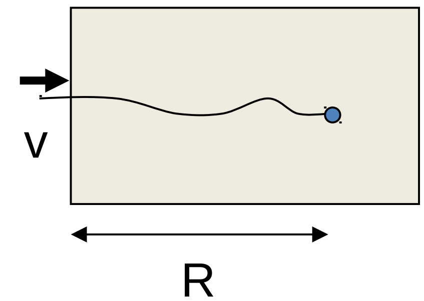


Az impulzust könnyű mérni mágneses térben a részecskepálya görbületéből
A dE/dx csak a sebességtől és a töltéstől függ
A különböző tömegű részecskék szétválnak az ábrán

Hatótávolság

Bragg-görbe:





R: *range*, hatótávolság

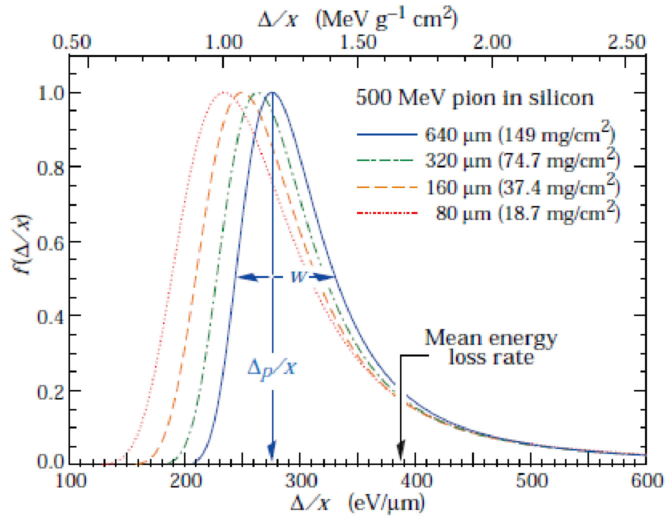
R=?

Hatótávolság

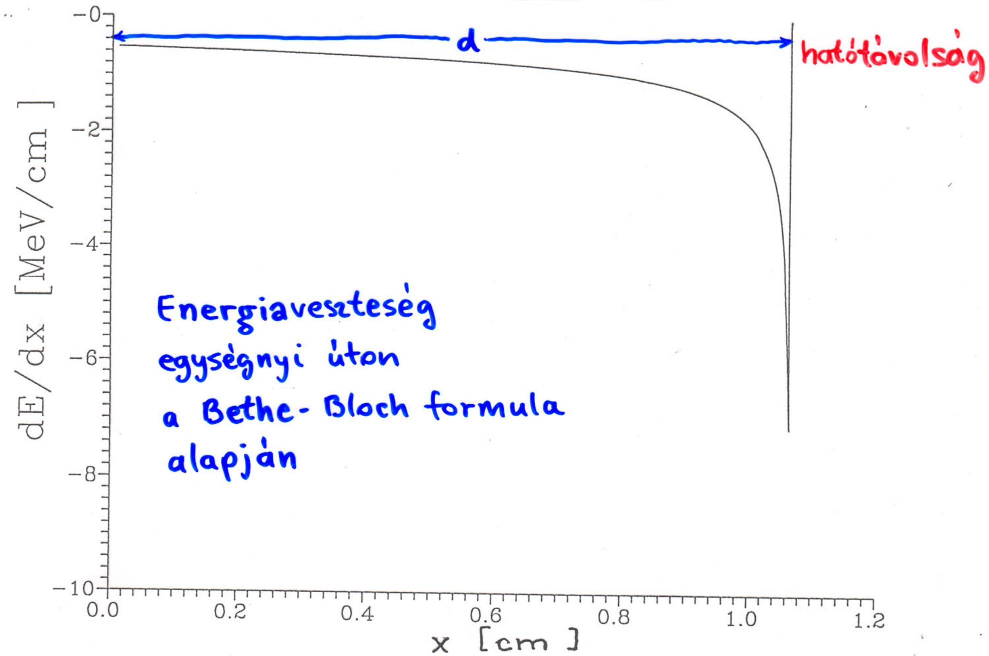
$$R=\int_0^R dx=\int_{E_0}^0 \frac{dx}{dE}\,dE=-\int_0^{E_0}\frac{1}{\frac{dE}{dx}}\,dE=\int_0^{E_0}\frac{dE}{(\ldots)\frac{Z^2A}{E}}=\frac{(\ldots)}{Z^2A}\int_0^{E_0}E\,dE\sim\frac{E_0^2}{Z^2A}$$

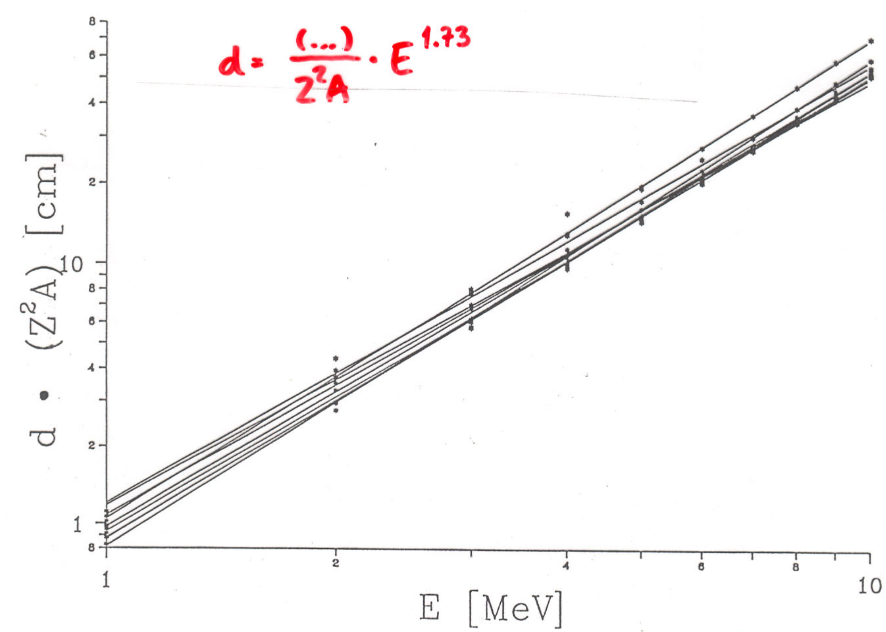
pontosabban $$R\sim\frac{E_0^{\alpha}}{Z^2A}$$ ahol $\alpha\approx 1{,}73$

Csellengés (range straggling): R nem éles érték, hanem statisztikusan fluktuál.



Energy straggling:
egy vékony dx rétegben leadott energia fluktuál a legvalószínűbb érték körül (Landau-eloszlás).


d
hatótávolság
Energiaveszteség
egységnyi úton
a Bethe-Bloch formula
alapján
dE/dx [MeV/cm]
x [cm]
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
−0
−2
−4
−6
−8
−10


$d = \frac{(...)}{Z^2A} \cdot E^{1.73}$
d • (Z²A) [cm]
E [MeV]
1
10
1
2
4
6
8
10

Házi feladatok 9.

1) Legfeljebb milyen vastag aranyfóliát használhatott Rutherford a híres kísérletéhez, ha azt akarta, hogy az 5 MeV-es alfa-részecsék át tudjanak hatolni rajta úgy, hogy csak energiájuk legfeljebb 10%-át veszítsék el? (Az ionizációs energiát keressük meg az interneten!).

2) Ha egy 4 MeV energiájú proton 25 keV energiát ad le egy detektoron áthaladva, akkor mennyi energiát ad le egy 8 MeV energiájú alfa-részecske ugyanezen a detektoron áthaladva?

3) Mekkora energiájú protonnyaláb kell ahhoz a hadronterápiában, hogy a protonok 5 cm mélyen hatoljanak be az emberi testbe (ami vízből áll)? És...

4) ...ha ekkora energiájú alfa-részecskét sugároznánk be a páciensbe, mekkora lenne a behatolási mélység?

5) Az előadás 7. oldalán le van rajzolva a nehéz egységnyi töltésű részecskék ionizációs energiavesztesége a beta*gamma függvényében. Rajzoljuk le hogy hogyan nézne ki a görbe alfa-részecskére!