# Kvantumstatisztikus korrelációk a nagyenergiás fizikában

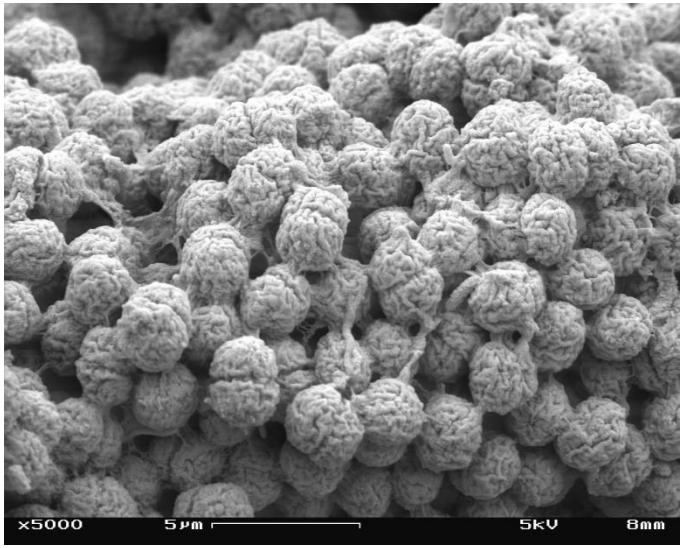
Csanád Máté
ELTE Atomfizikai Tanszék
http://csanad.web.elte.hu/
2017. április 28.

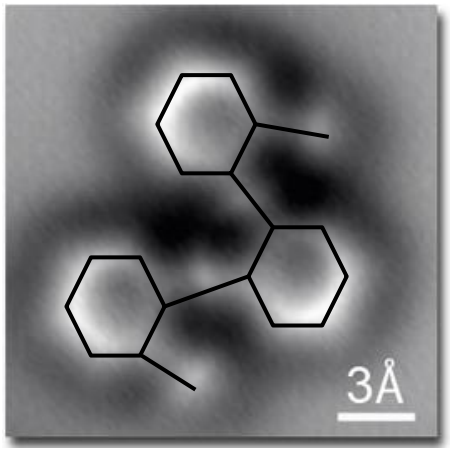
# Az előadás vázlata

- Egyfotonos interferencia és a HBT-effektus
- A kvantumfizika alapjai
- Kvantumstatisztika, Bose–Einstein-korrelációk
- Femtoszkópia
- Alkalmazás: nagyenergiás nehézion-ütközések
- Kísérleti technikák

# Mikroszkópia és hullámhossz

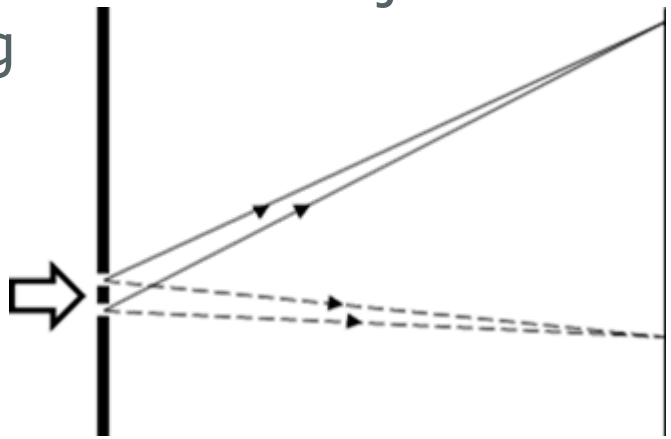
- Hullám + objektum = interferencia, ha $\lambda \lesssim$ méretskála
- A fény hullámhossza 3-600 nm között van: ennél kisebb tárgyat nem láthatunk vele (1μm = $10^{-6}$ m, mikroszkóp)
- Elektronmikroszkóp: nanoszkóp
  - 1 nm = $10^{-9}$ m = 10 Å felbontás
  - Biológiai struktúrák felbontása
- Atomok mérete: kb. $10^{-10}$ m
  - Atomi erő mikroszkóp!
- Atommag: 1 fm = $10^{-15}$ m
  - Femtoszkóp?

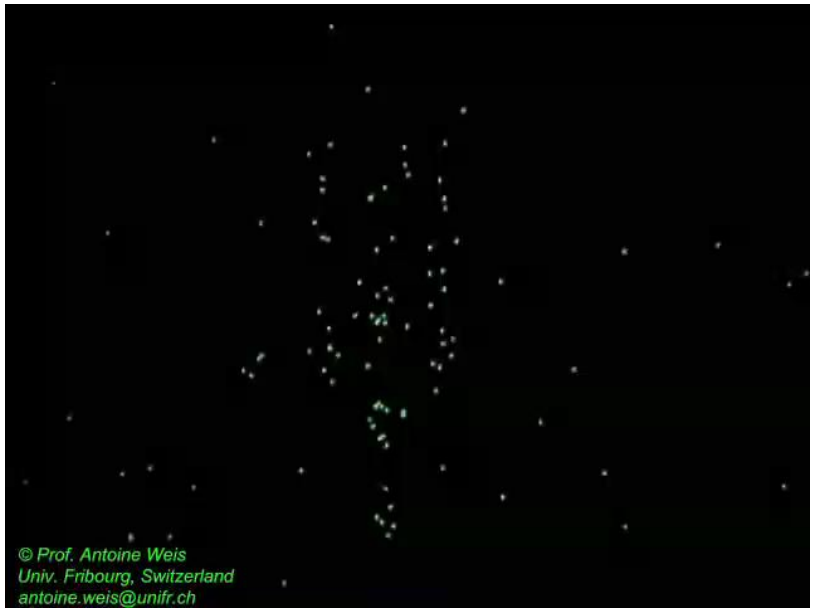


# Egyfotonos interferencia

- Mi történik, ha a kétrés-kísérlet forrása nagyon gyenge?
- Egyszerre csak egy foton érkezik résekre
- Ez a legkisebb energiacsomag, nem oszolhat két részre!
- Lesz interferencia?
- Igen, de fokozatosan jelenik csak meg

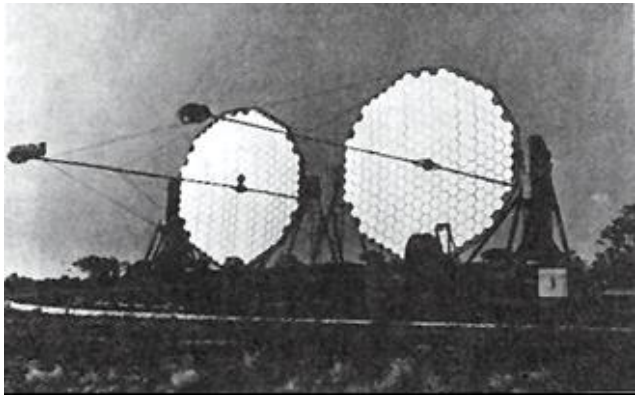


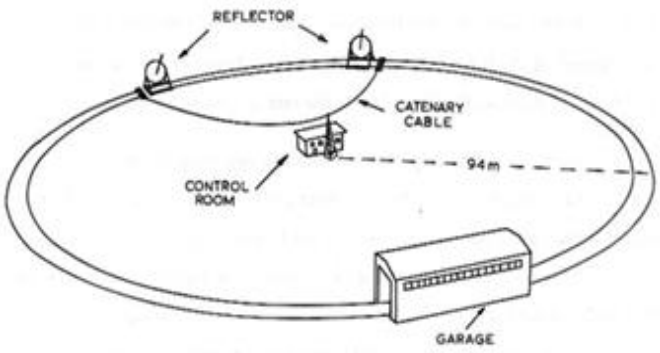



- A foton önmagával interferál?
- A két „lehetőség” interferál önmagával!

# Egy meglepő felfedezés: a HBT-korreláció

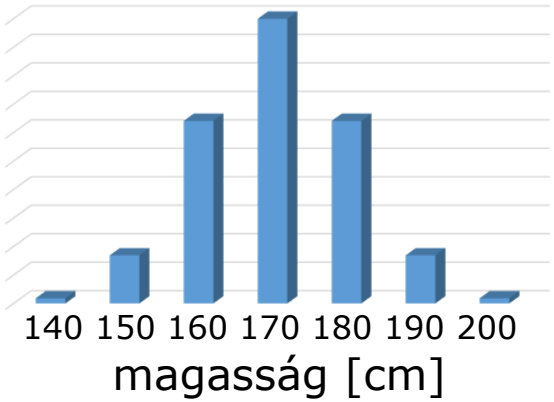
- Rádiócsillagászat: Jansky, 1933, furcsa 24 órás oszcilláció; a csillagok is sugároznak a rádióhullámú tartományban!
- R. H. Brown: rádióhullámú távcsővel vizsgálta a Szíriuszt
- R. Q. Twiss matematikust kérte fel a kísérlet hátterének közös kidolgozására
- Furcsa korrelációt talált az eredményekben

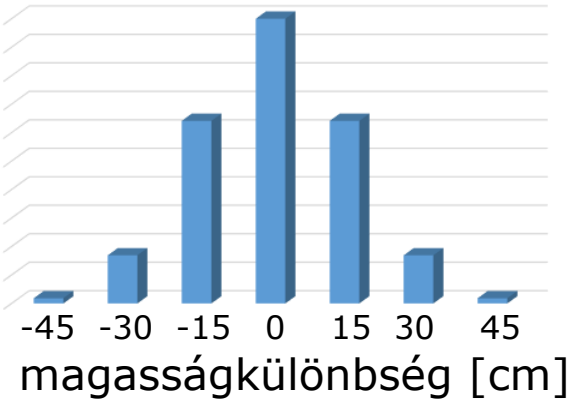




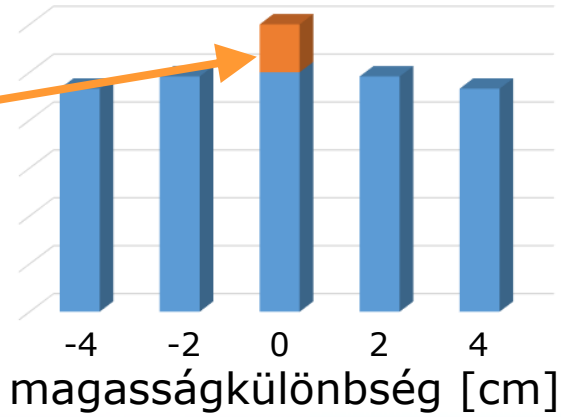
# Mit jelent az, hogy korreláció?

- Hallgatóság, magasságok gyakorisága $N(h)$
- Magasságkülönbségek: $N(\Delta h) = \langle N(h)N(h+\Delta h)\rangle$, átlag $h$-ra



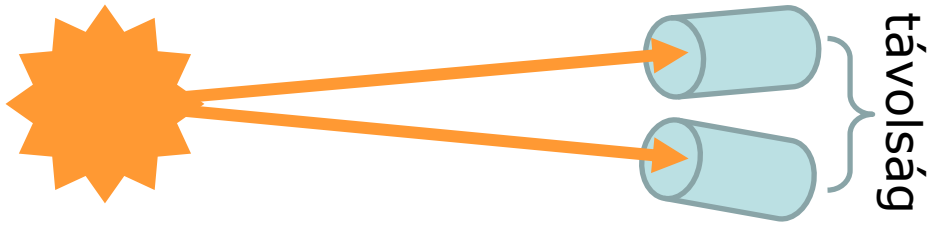

- Kivéve, ha sok az egypetéjű ikerpár: váratlanul sok egyforma magasság – növekedés a nulla pontban!
- Ekkor $N(0) > \langle N(h)N(h)\rangle$
- Korreláció: elárulja az ikerpárok számát!

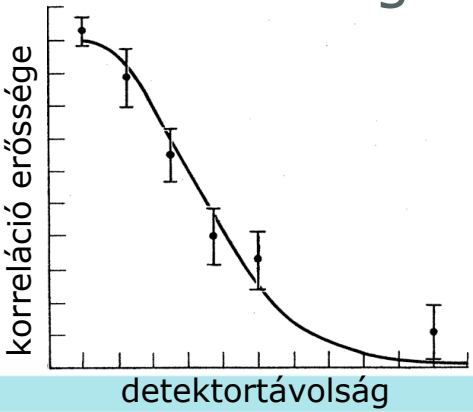


# A HBT-korreláció

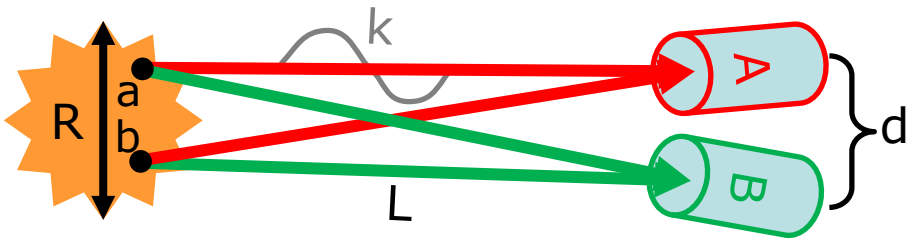
- R. H. Brown megfigyelése: a két detektor kis távolsága esetén nagy a korreláció a két detektor között
- Együttes intenzitás „túl gyakori”: $I(A,B) > I(A)I(B)$

- Mi a korreláció oka? Interferencia?
- „Két különböző foton között sosem lehet interferencia” P. A. M. Dirac, A kvantummechanika alapjai
- Miért csökken le a korreláció a detektorok távolságával?

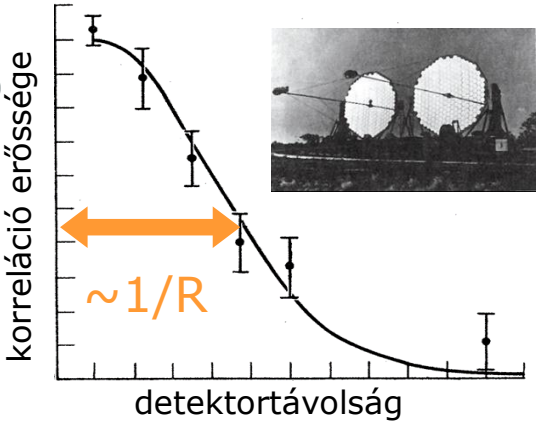


# A HBT-effektus klasszikus leírása



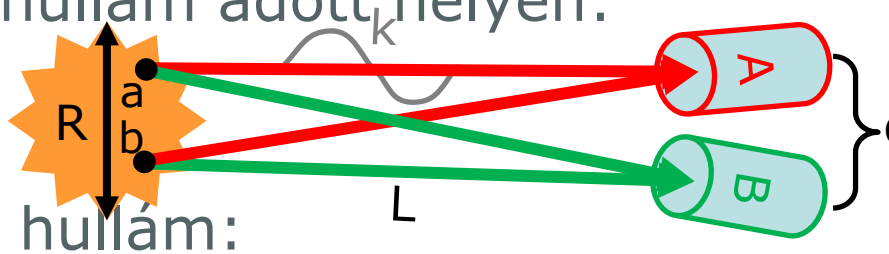

- ‚A' detektorban az átlagos intenzitás $\langle I_A \rangle$, a és b forrásból
- ‚B' detektorban $\langle I_B \rangle$ intenzitás
- A forrás méretétől függően sokféle geometria lehetséges
- Az átlagos együttes intenzitás: $\langle I_A I_B \rangle$
- Mindez nagyon leegyszerűsítő tárgyalás, de kb. működik
- Brown mérése: $C(\Delta) = \frac{\langle I_A I_B \rangle}{\langle I_A \rangle \langle I_B \rangle} = 1 + \frac{1}{2}\cos(\Delta)$, ahol korreláció!
  $\Delta = \frac{kRd}{L}$, ha $d \ll R \ll L$, mérés: $\frac{C(\Delta)-1}{C(0)-1} = \cos(\Delta)$
- <u>A pontszerűnek tűnő forrás (csillag) mérete mérhető</u>: 30 nanoradián
- Nanoszkóp (radiánban)
- De mi van a fotonokkal?



# A HBT-effektus klasszikus alapokon

- A két pontforrásból jövő gömbhullám adott helyen:

$$A_a(r) = \frac{1}{|r - r_a|} \alpha e^{ik|r-r_a|+i\Phi_a}$$




- Az ‚A' detektorba érkező teljes hullám:

$$A(r_A) = \frac{1}{L}\left(\alpha e^{ikr_{aA}+i\Phi_a} + \beta e^{ikr_{bA}+i\Phi_b}\right)$$

- Az intenzitás itt:

$$I_A = |A(r_A)|^2 = \frac{1}{L^2}\left(|\alpha|^2 + |\beta|^2 + \alpha^*\beta e^{ik(r_{bA}-r_{aA})+i(\Phi_b-\Phi_a)} + c.c.\right)$$

- Ennek időátlagában kaotikus (random fázisú, termikus) sugárzás esetén eltűnnek a fázisok

$$\langle I_A \rangle = \langle I_B \rangle = \frac{1}{L^2}(|\alpha|^2 + |\beta|^2)$$

# A HBT-effektus klasszikus alapokon

- Az intenzitások szorzatának időátlaga viszont mást mutat:

$$\langle I_A I_B \rangle = \langle |A(r_A)|^2 |A(r_B)|^2 \rangle$$

- Itt

$$|A(r_A)|^2 = \frac{1}{L^2}\left(|\alpha|^2 + |\beta|^2 + \alpha^* \beta e^{ik(r_{bA} - r_{aA}) + i(\Phi_b - \Phi_a)} + c.c.\right)$$

miatt a fázisok egy-egy tagban kiesnek

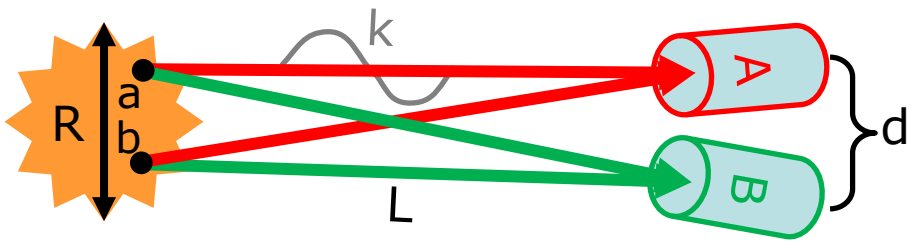
- Végül az alábbi adódik:

$$\langle I_A I_B \rangle = \frac{1}{L^4}(|\alpha|^2 + |\beta|^2)^2 + \frac{2}{L^4}|\alpha|^2|\beta|^2 \cos k(r_{aA} - r_{bA} + r_{aB} - r_{bB})$$

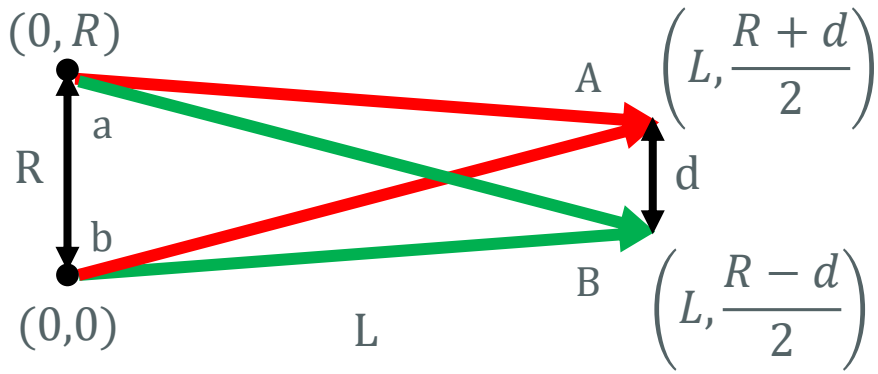
- Azaz innen $\alpha = \beta$ és $d, R \ll L$ esetén

$$C_{AB}(\Delta) = \frac{\langle I_A I_B \rangle}{\langle I_A \rangle \langle I_B \rangle} = 1 + \frac{1}{2}\cos\frac{kRd}{L}$$

$$R_{AB}(\Delta) = \frac{C_{AB}(\Delta) - 1}{C_{AB}(0) - 1} = \cos\frac{kRd}{L}$$



# A HBT-effektus klasszikus alapokon




$$\vec{r}_{aA} = \left(L, \frac{-R-d}{2}\right)$$

$$\vec{r}_{aB} = \left(L, \frac{-R+d}{2}\right)$$

$$\vec{r}_{bA} = \left(L, \frac{+R+d}{2}\right)$$

$$\vec{r}_{bB} = \left(L, \frac{+R-d}{2}\right)$$

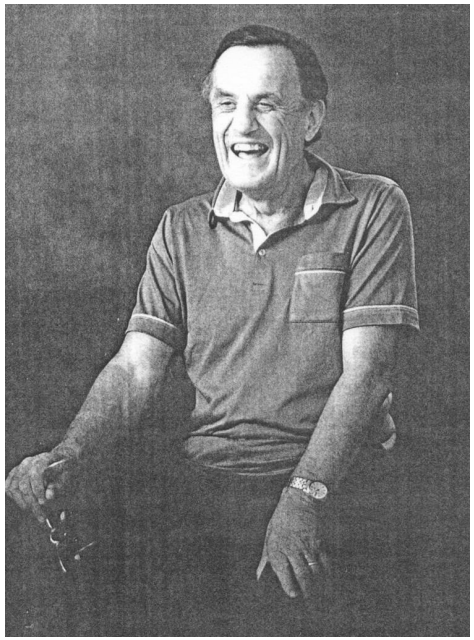
$$r_{aA} - r_{bA} + r_{aB} - r_{bB} = 2\sqrt{L^2 + \frac{(R+d)^2}{4}} - 2\sqrt{L^2 + \frac{(R-d)^2}{4}} \approx \frac{Rd}{L}$$

$$\boxed{C_{AB}(\Delta) = \frac{\langle I_A I_B \rangle}{\langle I_A \rangle \langle I_B \rangle} = 1 + \frac{1}{2}\cos\frac{kRd}{L}}$$

$$\boxed{R_{AB}(\Delta) = \frac{C_{AB}(\Delta) - 1}{C_{AB}(0) - 1} = \cos\frac{kRd}{L}}$$

# A tudatlanság néha áldás

„Hogy két foton különböző detektorokba való érkezése korrelált lehet: meglepően sokak számára ez eretnek, sőt, nyilvánvalóan abszurd ötlet volt. Félreérthetetlen formában közölték ezt velünk, személyesen, levélben, nyomtatásban; és laborkísérletek publikációján keresztül mutatták meg, *hogy tévedünk*."



„Messze voltam attól, hogy ki tudjam számolni, a kísérletünk elég érzékeny lehet-e egy csillag vizsgálatára. Ehhez ismernem kellett volna a fotonokat, és mérnökként fizikai tanulmányaim jóval a kvantum-mechanika előtt megálltak. Még az is lehet, hogy különben, sok fizikushoz hasonlóan arra jutottam volna, hogy a dolog nem működhet – *a tudatlanság néha áldás* a tudományban."

Boffin: Személyes történet a radar, a rádiócsillagászat és a kvantumoptika korai időszakából (R. H. Brown)

# A tudatlanság néha áldás

„Érdekes megnézni az elektron töltésére vonatkozó, Millikant követő méréseket. Ha az idő függvényében ábrázoljuk ezeket, látjuk, hogy az első kicsit nagyobb Millikan értékénél, a következő még nagyobb, és így tovább, míg egy bizonyos, Millikan értékénél nagyobb számnál meg nem állapodnak. Miért nem mérték egyből helyesen az értéket?

...

Amikor a kísérlet vezetője Millikanénél lényegesen nagyobb számot kapott, azt gondolta, biztos valamit rosszul csinált – és megkereste ennek okát. Ha Millikanhez közeli értéket talált, akkor nem olyan alaposan nézte át a kísérletet.”

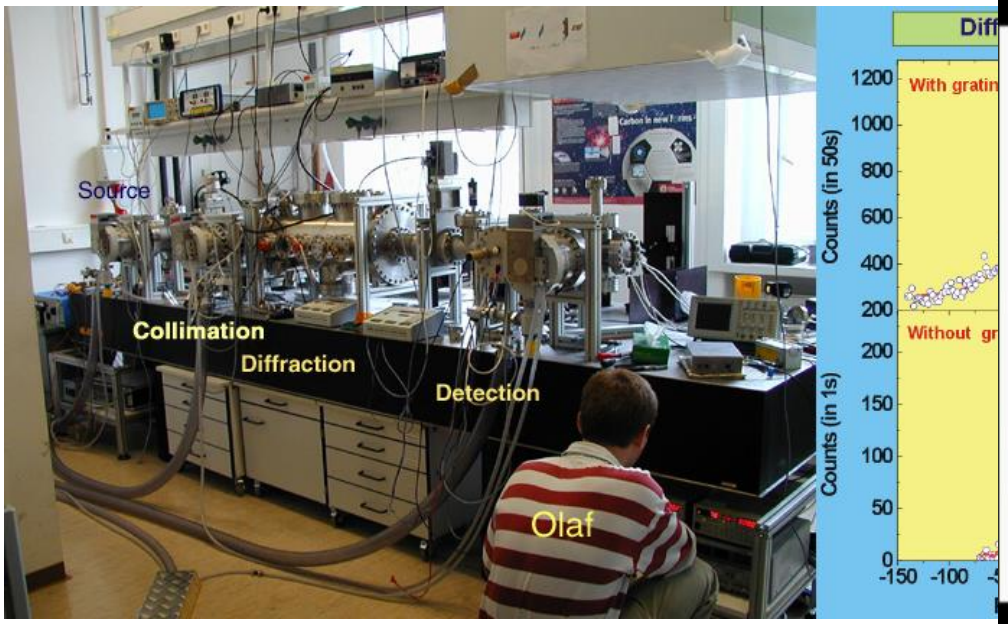
„Tréfál, Feynman úr?” – Egy mindenre kíváncsi pasas kalandjai (R. P. Feynman)

# Az eddigiek összegzése

- A fény elektromágneses hullám, intenzitása (erőssége) a hullámzó tér négyzetével arányos
- A fény ugyanakkor fotonokból is áll
- Nem a fotonok interferálnak, hanem a „lehetőségek”, azaz a lehetséges útvonalak
- R. H. Brown megfigyelése: a csillag különböző pontjaiból érkező fény (rádióhullám) interferál
- A fény-távcsőben pontszerű csillag mérete mérhető!
- Ezek különböző fotonok!
- Hogyan lehetséges az interferencia?

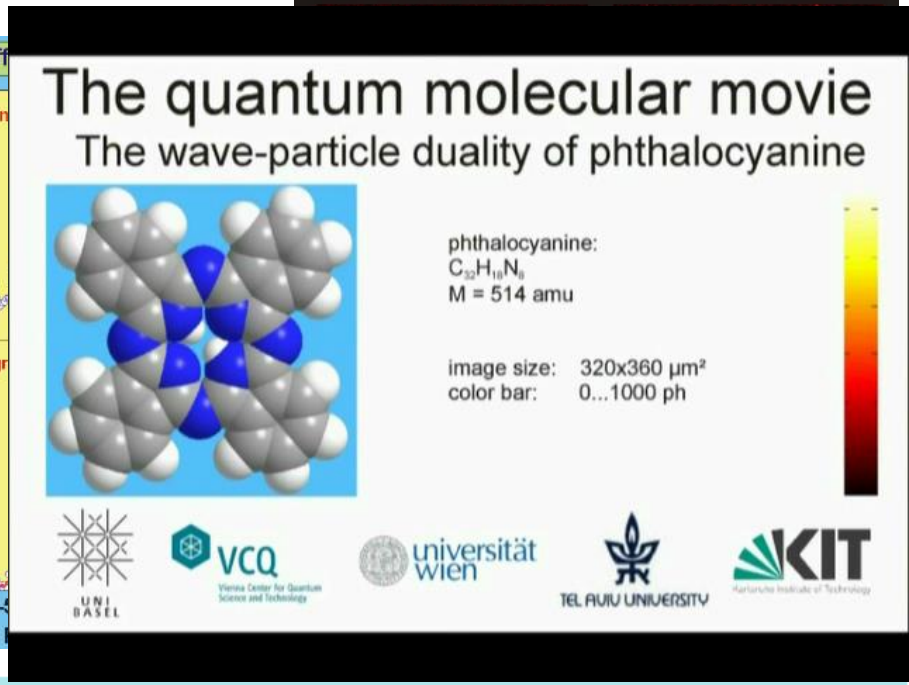
# A részecskék hullámtermészete

- Ha a fény lehet részecske, akkor az elektron is lehet hullám? Igen, sőt, az atomok, molekulák is!
- Egymolekula-interferencia szerves makromolekulákal (ftálocianin-származék)
- Kétrés-kísérlet $C_{60}$ molekulákkal:



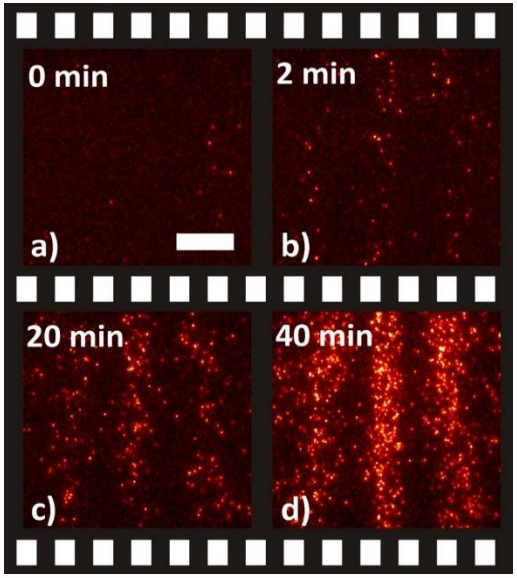






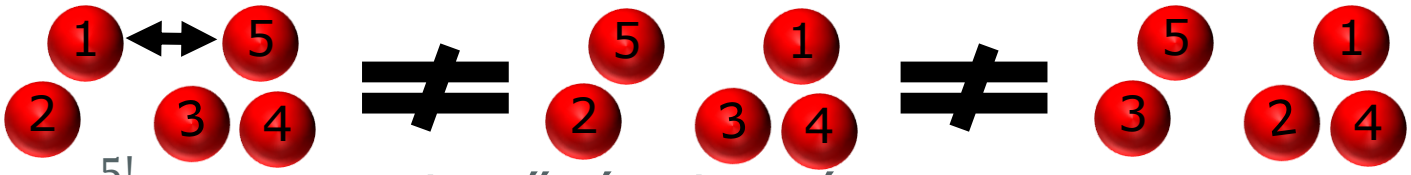
# A kvantumfizika alapjai

- Mi felel meg a elektromágneses hullám intenzitásának? Észlelési valószínűség, avagy megtalálási valószínűség
- Mi hullámzik? Hát a hullámfüggvény! A részecske egyúttal $\Psi(x)$ hullám, $k$ hullámszámmal
- Erre $k = p/\hbar$ összefüggés igaz (ahol $p$ az impulzus)
- Így $P(x) = |\Psi(x)|^2$ a részecske „megtalálási valószínűsége”
- Egy részecske bárhova becsapódhat
- Sok részecske már követi a $P(x)$ eloszlást
- Ténylegesen észlelhető is
- Hogy $\Psi(x)$ micsoda? Interpretáció kérdése…



# A részecskék megkülönböztethetlensége

- Öt golyóból hányféleképpen választhatunk kettőt?



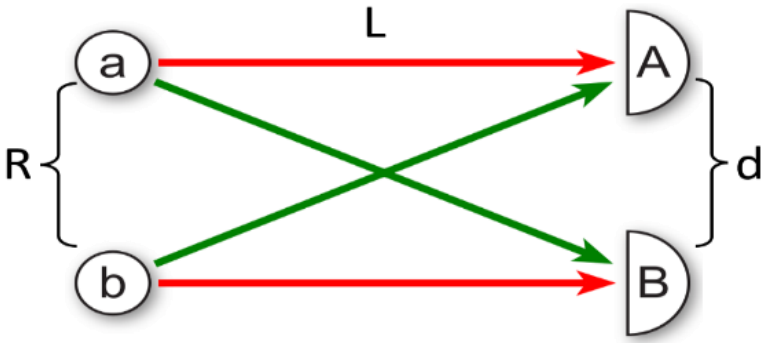

- $\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!3!} = 10$ a lehetőségek száma
- Mi van, ha a golyók helyett részecskékről beszélünk?
- Megkülönböztethetetlenek! Csak egy lehetőség!

- Kétrészecske hullámfüggvény szimmetrizálandó
- Két részecske A és B állapotban: $\Psi_{12}^{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\Psi_1^A\Psi_2^B + \Psi_1^B\Psi_2^A\right)$

# A kvantumstatisztika születése

- S. N. Bose, India, 1922: egyetemi előadása során azt akarta bemutatni, hogy a Planck-féle kvantummechanika ellentmond a megfigyeléseknek
- Egyszerű statisztikai hibát vétett az órán
- Ezzel azonban egyeztek az adatok!
- Bose-féle statisztika? Senki nem hitt neki
- Einstein igen, közös cikkek 1924-ben
- Bose–Einstein-statisztika!
- A fotonok „felcserélhetőek”
- Megtalálási valószínűségük „szimmetrikus”

# A HBT-effektus kvantumos magyarázata

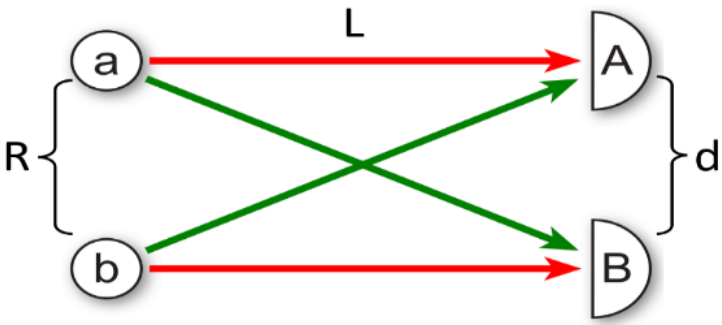



- „Szimmetrizált hullámfüggvény”: mindegy, hogy $a \to A$ és $b \to B$ vagy $a \to B$ és $b \to A$
- Ezért a fotonok a vártnál „jobban szeretnek” egy irányba menni
- Konkrétan $e^{ikx}$ alakú hullámfüggvényekből megkapható a két részecske együttes valószínűsége a két detektorban:

$$\frac{P(A,B)}{P(A)P(B)} = 1 + \cos k \frac{Rd}{L}$$

- Az eredmény ugyanaz, mint a klasszikus esetben
- A korreláció szélessége a forrás méretével ford. arányos
- Bose–Einstein-korreláció!

# HBT-effektus két kvantumos forrás esetén




- Egyrészecske hullámfüggvények $\Psi_B^b = e^{ikr_{bB}+i\Phi_b}$ és $\Psi_A^a = e^{ikr_{aA}+i\Phi_a}$
- Kétrészecske hullámfüggvény:

$\Psi_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\Psi_A^a\Psi_B^b + \Psi_B^a\Psi_A^b\right)$ a megkülönböztethetetlenség miatt

- Innen az egyre normált egyrészecske h.fv.-ek miatt

$$C_{AB} = \frac{P(A,B)}{P(A)P(B)} = \frac{1}{2}\left\langle\left|\left(\Psi_A^a\Psi_B^b + \Psi_B^a\Psi_A^b\right)\right|^2\right\rangle$$

ahol a $\langle\ \ \rangle$ a termikus, azaz a fázisokra vett átlag

- Innen a klasszikus esethez hasonlóan az eredmény

$$C_{AB} = 1 + \cos k(r_{aA} - r_{bA} + r_{aB} - r_{bB}) \approx 1 + \cos k\frac{Rd}{L}$$

ha $d \ll R \ll L$

# Bose–Einstein-korreláció, kiterjedt források

- Kiterjedt, $S(r)$ eloszlású forrás esetén mi történik?
- Az előzőekhez hasonlóan

$$\Psi(r) = e^{ikr}, \Psi_2(r_1, r_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(e^{ik_1 r_1} e^{ik_2 r_2} + e^{ik_1 r_2} e^{ik_2 r_1}\right)$$

$$N_1(k) = \int S(r,k) |\Psi(r)|^2 d^4 r$$

$$N_2(k_1, k_2) = \int S(r_1, k_1) S(r_2, k_2) |\Psi_2(r_1, r_2)|^2 d^4 r_1 d^4 r_2$$

$$C_2(k_1, k_2) = \frac{N_2(k_1,k_2)}{N_1(k_1) N_1(k_2)} \cong 1 + \left|\frac{\tilde{S}(q,K)}{\tilde{S}(0,K)}\right|^2$$

ahol $q = k_1 - k_2, K = (k_1 + k_2)/2$

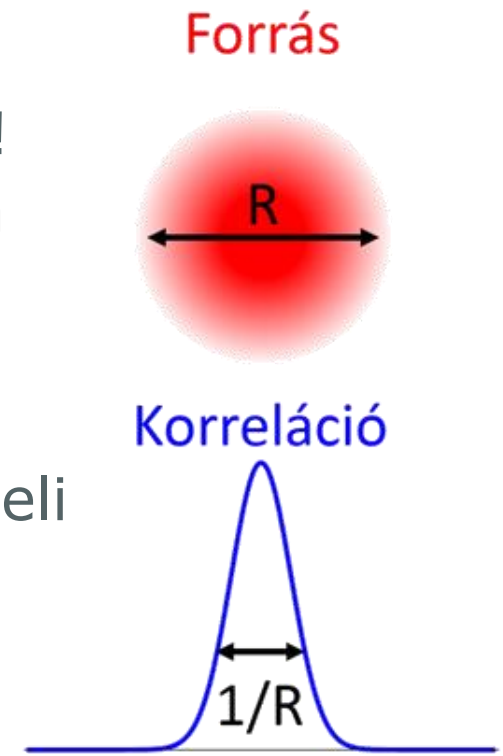
- Egyszerűbben: $C(q) = 1 + \left|\tilde{S}(q)\right|^2$, ahol $\tilde{S}(q) = \int S(r) e^{iqr}$
- Invertálható (?), azaz $C(q)$-ból $S(r)$ rekonstuálható
- Közelítések: nincs más kölcsönhatás, nincsenek sokrészecske korrelációk, termikus emisszió, …

# Bose–Einstein-korrelációk és femtoszkópia

- HBT-jelenség: forrás alakja ⇔ korrelációs függvény

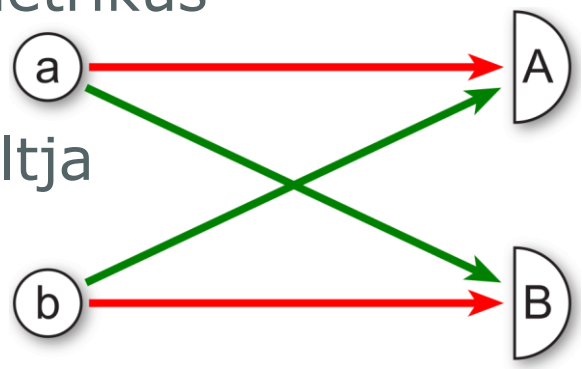
$$C(k) = 1 + \left|\tilde{S}(k)\right|^2$$

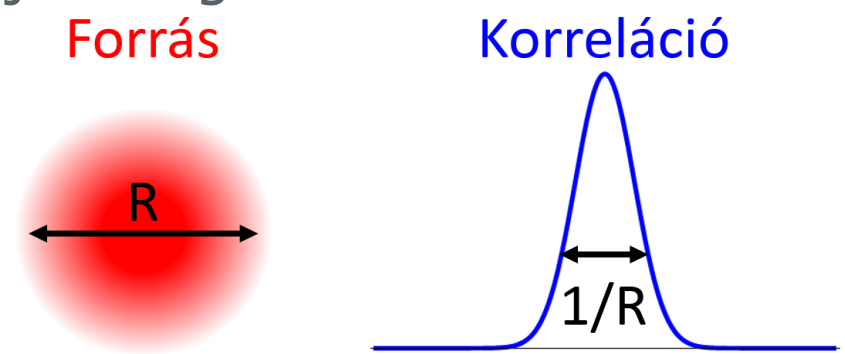
- Fourier-transzformált és eredeti függvény: egyértelmű kapcsolat!
- A korreláció elárulja a forrás térbeli alakját!
- Egyfajta „mikroszkópként” működik, hiszen térbeli alak rekonstruálható
- Akármilyen mérettartományban: teraszkóp, …, femtoszkóp
- Sőt, időben változó források esetén az időbeli struktúra is kideríthető!
- Nagyon gyors változások észlelhetőek



# Az eddigiek összegzése

- Mindennek van részecske- és hullámtulajdonsága
- A kvantumfizikában a fotonok megkülönböztethetetlenek
- Emiatt két foton hullámfüggvénye szimmetrikus
- Ebből adódik a Bose–Einstein-korreláció
- A korreláció a forrás Fourier-transzformáltja
- A forrás alakja vizsgálható!

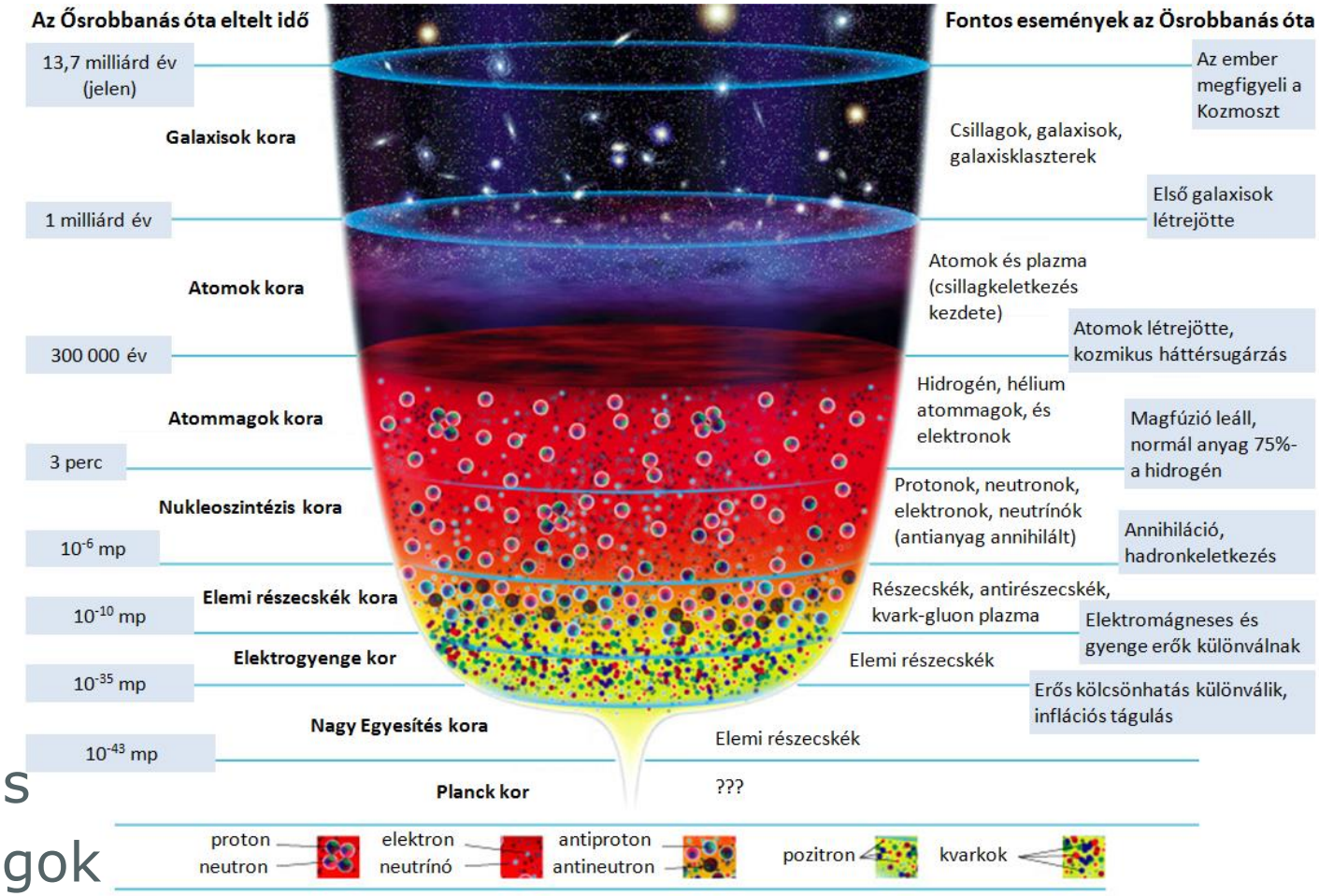



- Bozonok: Bose–Einstein-korreláció
- Fermionok: Fermi–Dirac-antikorreláció

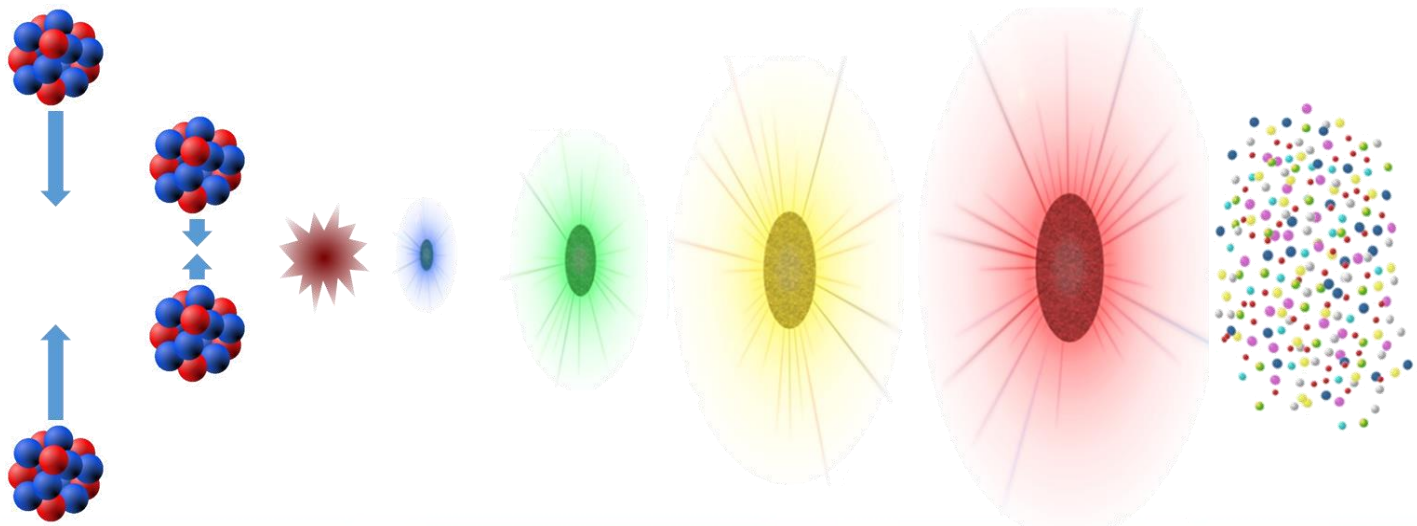
# Ősrobbanás a laborban

- Az Univerzum korszakai:
  - Csillagok
  - Atomok
  - Atommagok
  - Nukleonok
  - Elemi részek
  - …?
- Hogyan vizsgáljuk?
- Mini ősrobbanás
- Nehéz atommagok nagyenergiás ütközése

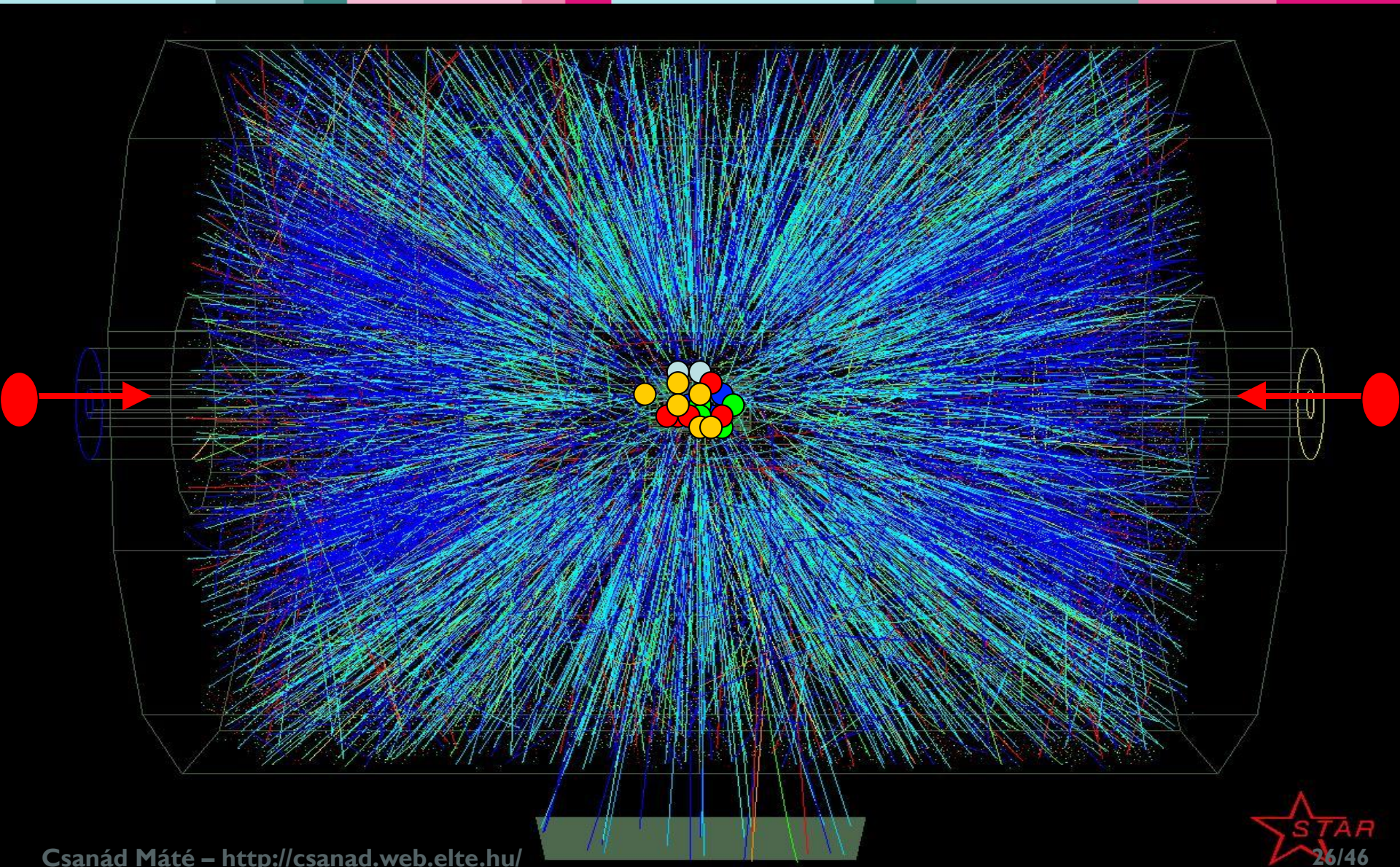


# Nehéz magok nagyenergiás ütközései

- Kezdetben extrém magas hőmérséklet, $5 \cdot 10^{12}$ Kelvin!
- Protonok, neutronok megolvadnak, Ősrobbanás utáni állapot jöhet újra létre
- Kvarkanyag kiszabadul, kvark-gluon-plazma formájában
- Ahogy lehűl, megfagy, igen rövid idő alatt
- A „megfagyott” részecskéket észleljük

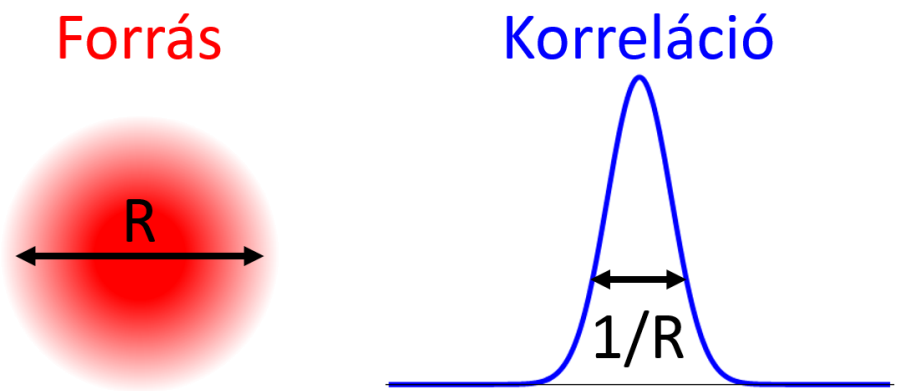


# Mit észlelünk mindebből?



# Femtoszkópia a nagyenergiás fizikában

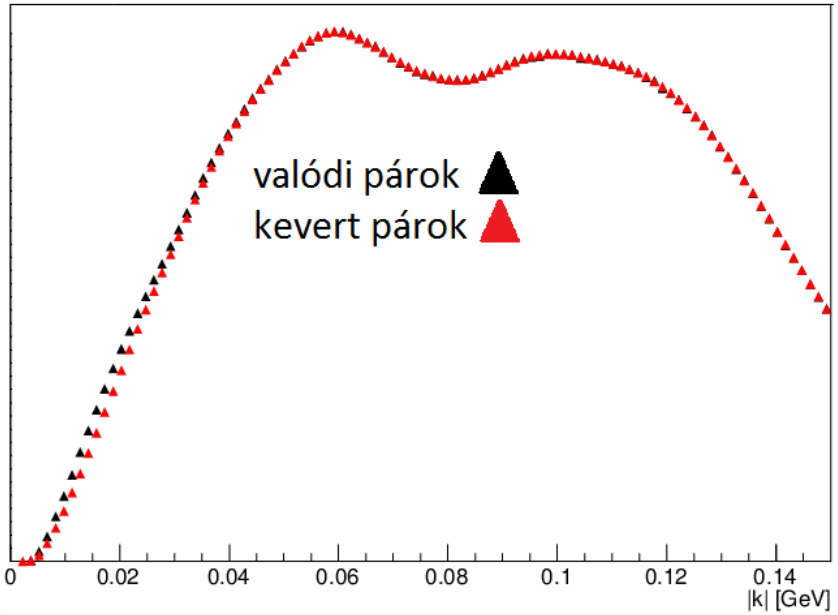
- Nagyenergiás fizika egyik fő célja: a hatalmas részecskegyorsítókban létrehozott mini ősrobbanásban keletkező anyag megismerése
- Hogyan férhetünk hozzá a keletkező anyag térbeli és időbeli struktúrájához, ha ilyen gyorsan „megfagy”?
- A kifagyott bozonok (pionok) HBT-korrelációi segítségével!
- Pionkeltés térbeli eloszlása: korrelációs függvényből hozzáférhető

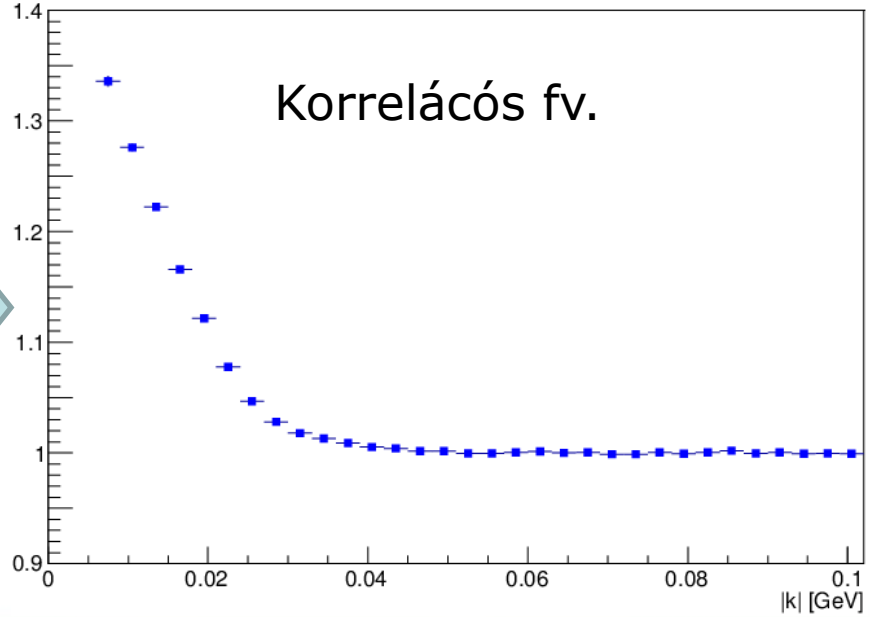



- Lássuk, hogy néz ki mindez a valóságban

# Hogyan mérjük a korrelációs függvényt?

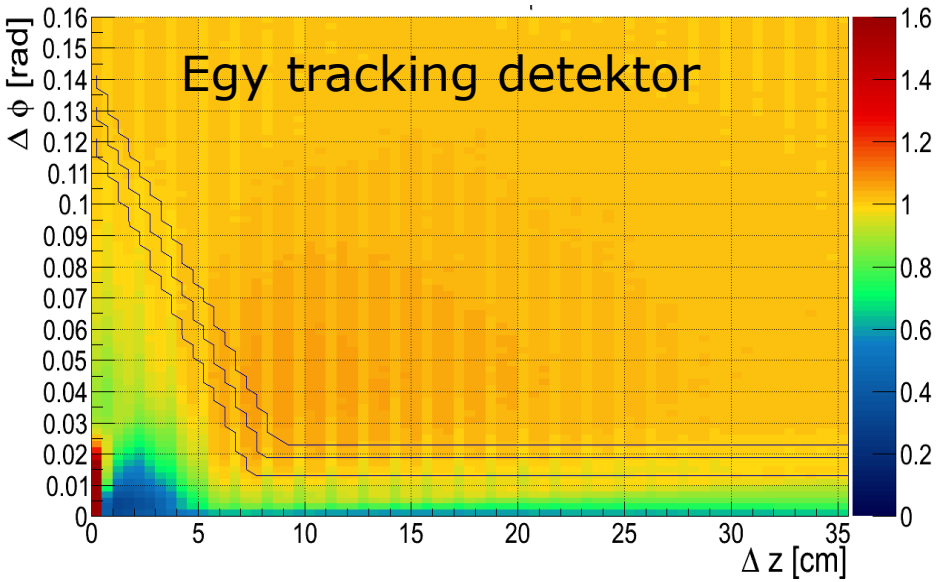
- Párok impulzuseloszlása: sok effektus keveredése
  - Detektorok akceptanciája
  - Részecskék impulzuseloszlása, stb…
- Eseménykeverés: valódi és kevert párok eloszlása, $A(q)$ és $B(q)$
  - Kevert párok: csak kvantumstatisztikai korreláció nincs
- $C(q) = A(q)/B(q)$

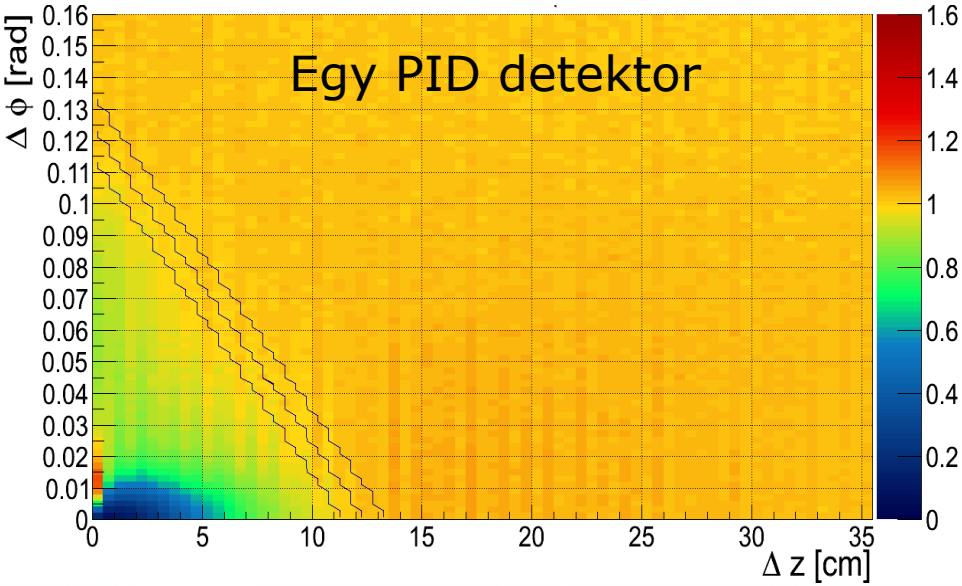


# A mérés kihívásai: splitting/merging

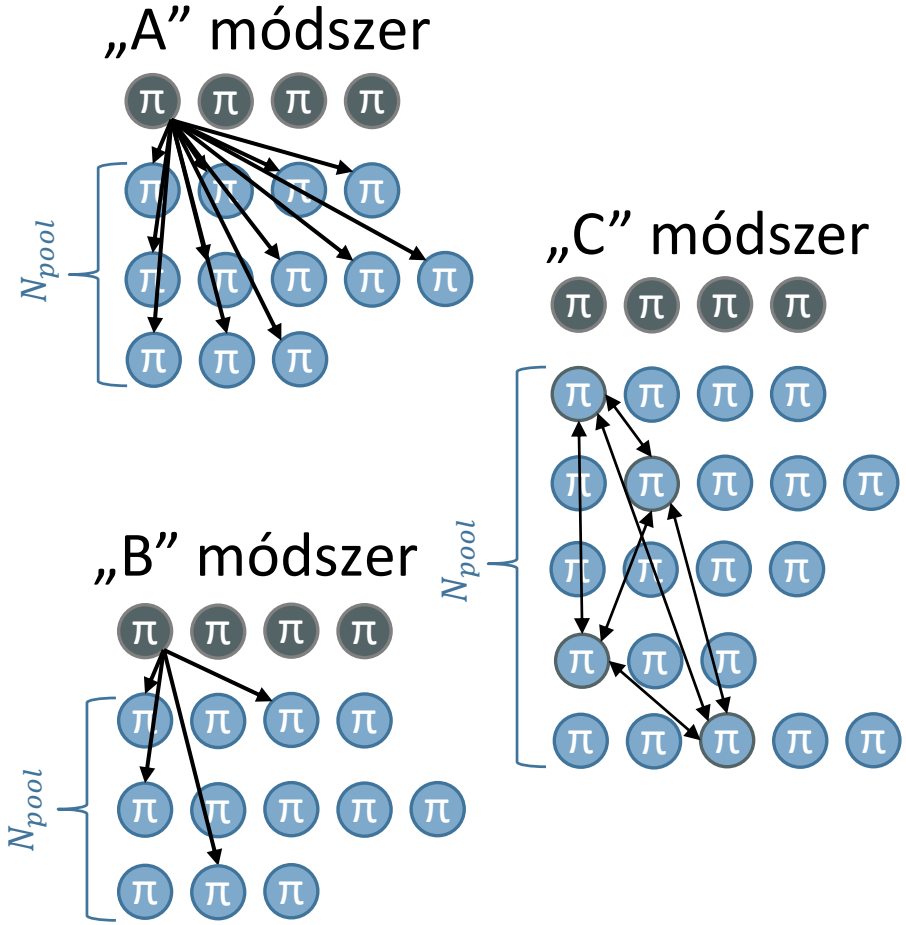
- Nyomkövetés (lásd Siklér Ferenc előadása): nyomok összekötése egy track rekonstruálásához
- Merging: közeli részecskék 1 trackként rekonstruálódnak
- Splitting: egy részecske 2 trackként rekonstruálódik
- Térbeli páreloszlásokon vágások alkalmazás



# A mérés kihívásai: háttérkeverés

- Alapötlet: vegyünk $N_{pool}$ háttéreseményt adott eseményosztályban (pl centralitás és Zvertex szerint)
- Legyen egy eseményünk $N$ pionnal
- „A” módszer: párosítsunk minden piont az háttéresemény-pool minden pionjával
- „B” módszer: párosítsunk minden piont random eseményekből vett N random pionnal
- „C” módszer: készítsünk egyetlen „kevert” eseményt N random, különböző eseményből vett pionnal



# Mi van a fenti, egyszerűsített képen túl?

- Néhány jelenség bonyolítja az előzőekben bemutatott egyszerű képet
- Nem statikus forrás: bonyult forrás és korrelációs fv.
- Végállapotbeli kölcsönhatások:
  - Vizsgált bozonok közti erős kölcsönhatás
  - Töltött bozonok közti elektromágneses kölcsönhatás
- Részecskék egy része rezonanciabomlásból keletkezik
  - Jó néhány 50 fm/c-nél később elbomló részecske
  - Ezek bomlástermékei „máshogy korrelálnak”
- Koordinátarendszer szerepe
  - 1D vagy 3D impulzus függvényében mérjük $C(k)$-t?
- Mindezekből sok plusz információ nyerhető

# Egy realisztikus forrásfüggvény

- Legyen a forrás $S(r) \sim e^{-\frac{r_x^2}{2R_x^2}-\frac{r_y^2}{2R_y^2}-\frac{r_z^2}{2R_z^2}}$
- Ebből a Fourier-trafóval $C(k) = 1 + e^{-k_x^2 R_x^2 - k_y^2 R_y^2 - k_z^2 R_z^2}$
- Általánosabb eset, $v(r)$ sebességmező, $T(r)$ hőmérsékleti eloszlás és $n(r)$ sűrűség esetén:

$$S(r) \sim n(r) e^{-\frac{(mv(r)-p)^2}{2mT(r)}}$$

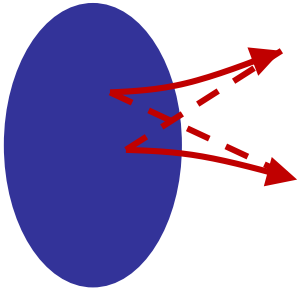
- Legyen $v_i = \frac{\dot{R}_i}{R_i} r_i$, $n = n_0 e^{-\frac{r_x^2}{2R_x^2}-\frac{r_y^2}{2R_y^2}-\frac{r_z^2}{2R_z^2}}$, $T = T_0 \left(\frac{R_x^0 R_y^0 R_z^0}{R_x R_y R_z}\right)^{1/\kappa}$
- Ekkor $C(k) = 1 + e^{-k_x^2 \tilde{R}_x^2 - k_y^2 \tilde{R}_y^2 - k_z^2 \tilde{R}_z^2}$, ahol

$$\tilde{R}_i^2 = R_i^2 \left(1 + \frac{m}{T_0} \dot{R}_i^2\right)^{-1}$$ (azaz nem a geometria méret)

- Amit valójában mérünk: „homogenitási hossz”

# Végállapoti kölcsönhatások

- A kölcsönhatások „elrontják” az egyszerű $C(k) = 1 + \left|\tilde{S}(k)\right|^2$ képet
- Töltött pionok: elég a Coulomb-kölcsönhatást venni
- Síkhullámok helyett oldjuk meg a Schr.-egyenletet, $V(r) = -\frac{\alpha}{r}$
- Egyszerű közelítés, retardáció, átlagtér stb. nélkül
- Coulomb-hullámfüggvényt szimmetrizáljuk
- Ezzel $C_2(k_1, k_2) = \int S(r_1, k_1) S(r_2, k_2) \left|\Psi_2^C(r_1, r_2)\right|^2 d^4 r_1 d^4 r_2$
- Bonyolult transzformáció, nehezen invertálható (lásd még László András unfolding előadását)
- Gyakran alkalmazott módszer:

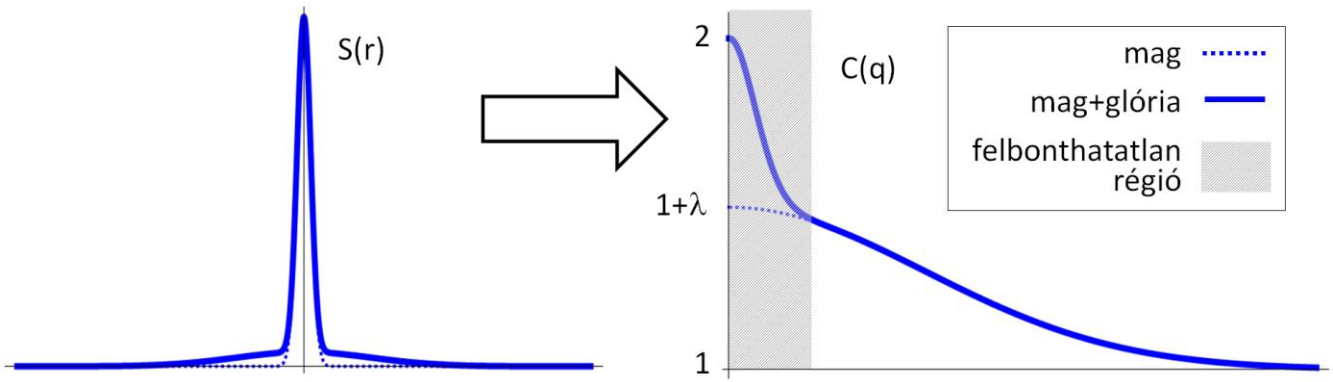


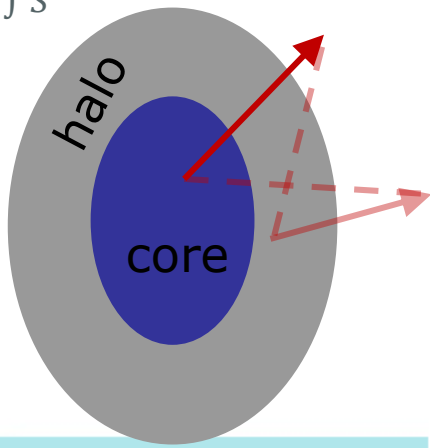
$C_{\text{Bose-Einstein}}(q) = K(q) C_{\text{mért}}(q)$, ahol $K(q) = \frac{\int S(r_1,k_1) S(r_2,k_2) \left|\Psi_2^0(r_1,r_2)\right|^2 d^4 r_1 d^4 r_2}{\int S(r_1,k_1) S(r_2,k_2) \left|\Psi_2^C(r_1,r_2)\right|^2 d^4 r_1 d^4 r_2}$

- Feltevés a forrásra, Coulomb-kcsh „leválasztása”

# Rezonanciabomlások

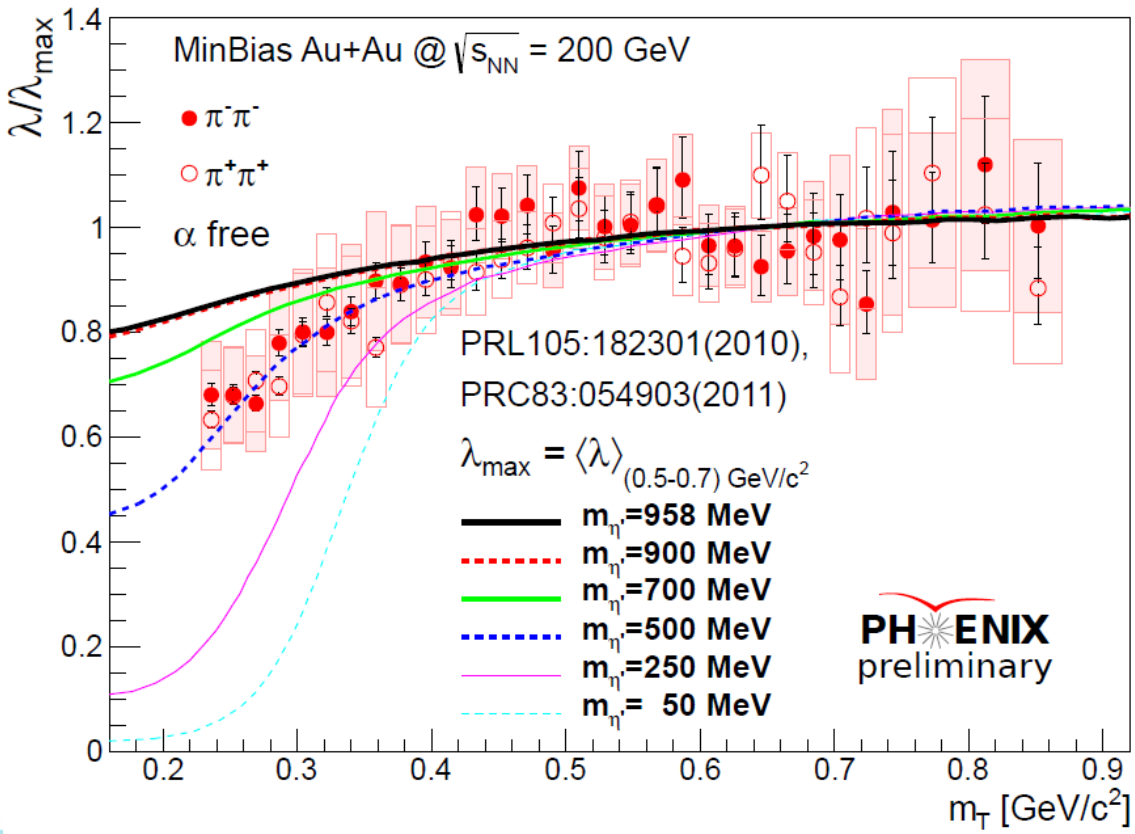
- Rezonancia-pionok: $S(r) = S_{core}(r) + S_{halo}(r)$
- Ekkor $\tilde{S}(q) = \tilde{S}_{core}(q) + \tilde{S}_{halo}(q)$
- Core: „primordiális” pionok, 5-10 fm méretű regióból jönnek
- Halo: rezonanciabomlásokból, >50 fm távolságból
- Fourier: inverz szélesség, 50 fm $\rightarrow$ 4 MeV/c (ħ = 197 MeV fm/c)
- $\tilde{S}_{halo}(q)$ nagyon keskeny, gyakorlatilag nem mérhető
  - Detektorok impuzusfelbontása rosszabb ennél
- Mérhető impulzusokra $C(q) = 1 + \lambda\left|\tilde{S}(q)\right|^2$, ahol $\lambda = \frac{\int S_{core}}{\int S}$



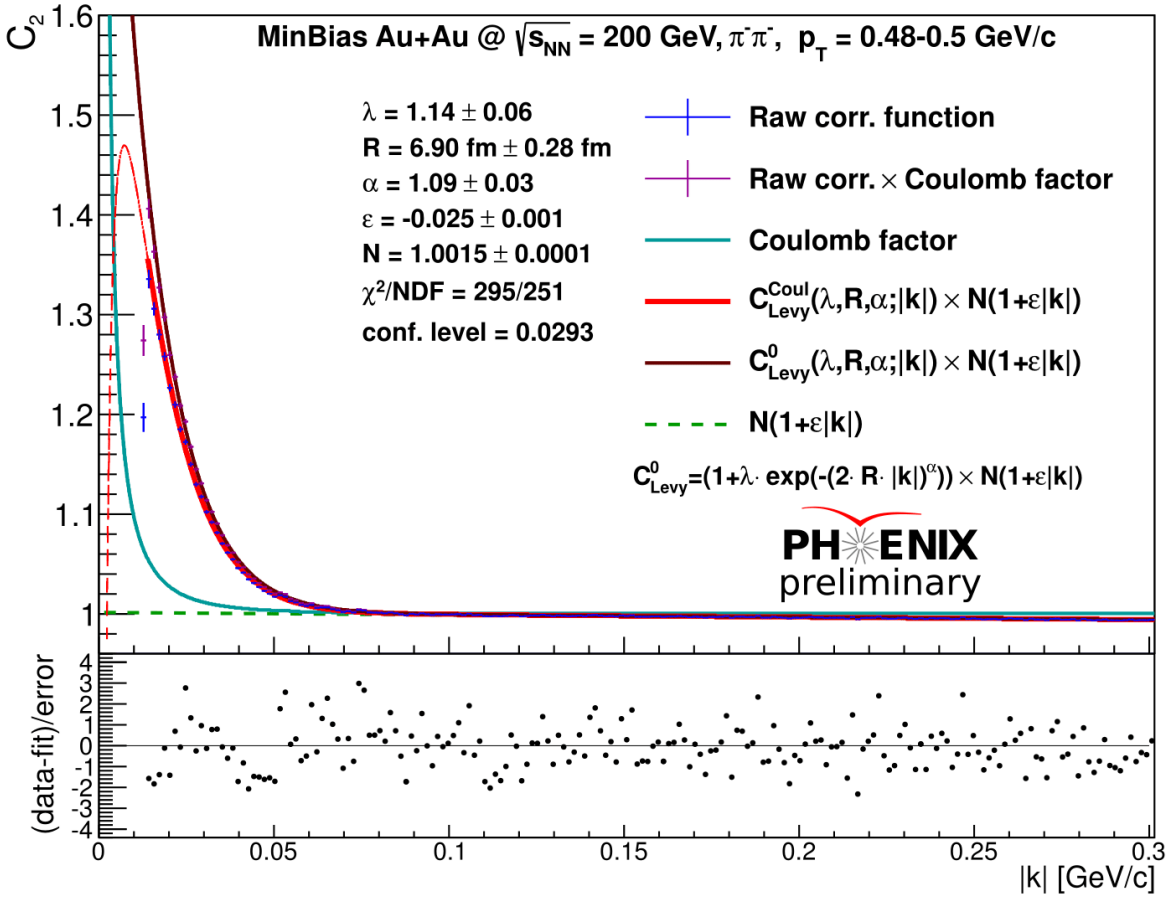
# Érdekes eredmények a rezonancia-pionokkal

- Rezonancia-pionok pl $\eta'$ mezonból
- Királis szimmetria forró kvarkanyagban helyreállhat
- Ekkor az $\eta'$ tömege lecsökken
- Ebből sok pion keletkezik rezonanciabomlással
- A mag/glória arány lecsökken
- „Lyuk” a $\lambda(m_T)$ függésben
- Közegbeli tömegmódosulás?



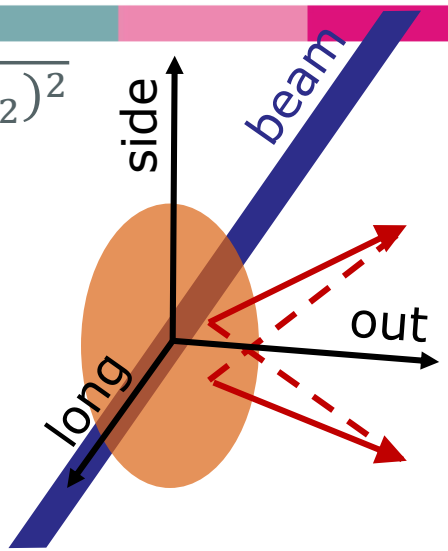
# Korrelációs függvény illesztése, 1D példa

- Raw data: nyers korrelációs fv.
- Coulomb factor: korrekció a Coulomb-köncsönhatásra
- Illesztett paraméterek:
  - $\alpha$: alak
  - $\lambda$: erősség
  - R: skála
  - N,$\varepsilon$: háttér



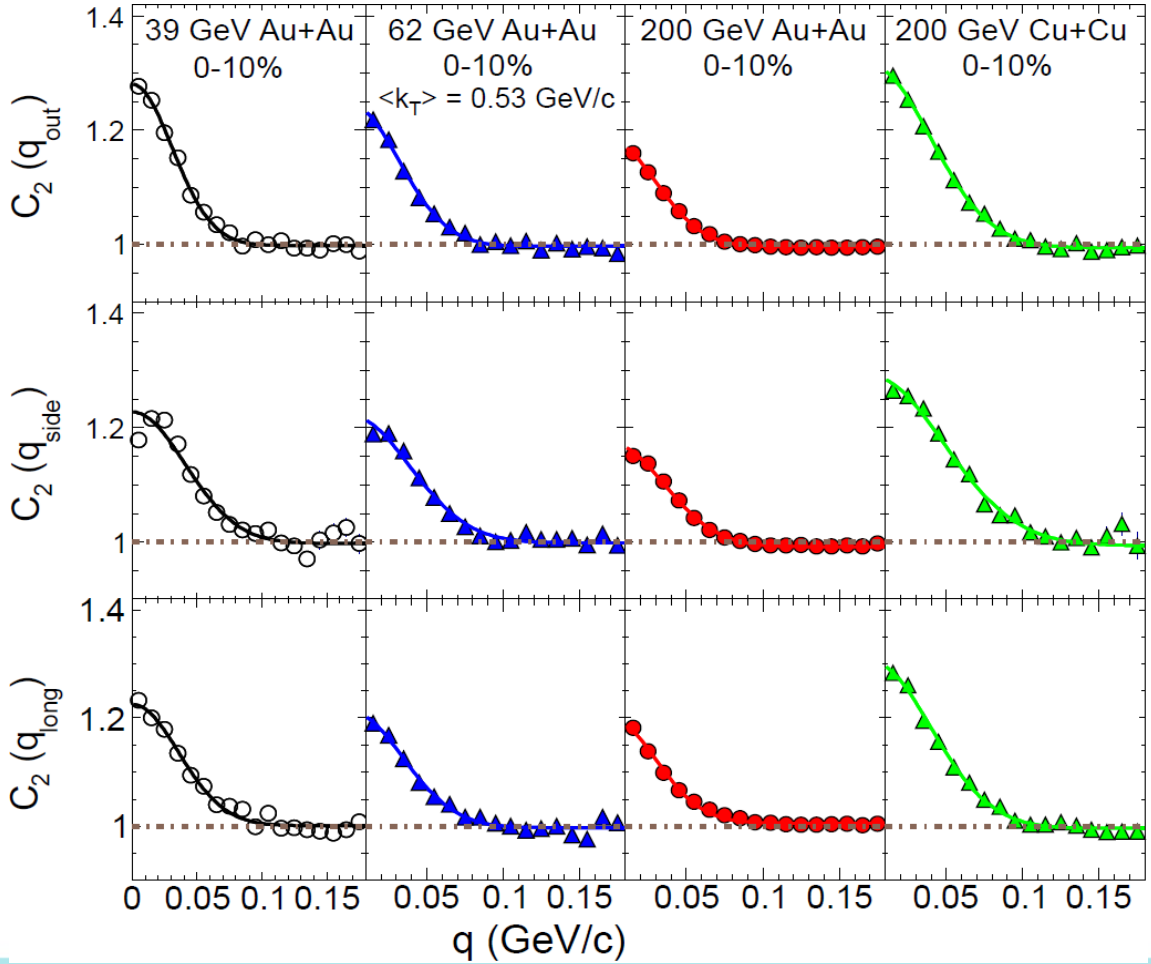
# Az out-side-long rendszer, HBT sugarak

- 1D változóban többnyire: $q_{\mathrm{inv}} = \sqrt{-q^2} = \sqrt{-(k_1 - k_2)^2}$
- 3 vagy 4D információ kinyerhető?
- Általánosságban: $C_2(q) = 1 + \lambda e^{-R^2_{\mu\nu} q^\mu q^\nu}$
- Pár-koordinátarendszer!
  - Out: a pár átlagos transzverz imp. iránya
  - Long: nyaláb-irány
  - Side: mindkettőre merőleges
- Ekkor az átlagos „side” impulzus nulla, $K_{\mathrm{side}} = 0$
- Tipikusan LCMS-ben (longitudinally comoving system)
  - Nulla átlagos long. impulzus, i.e. $K^\mu = (M_t, K_t, 0{,}0)$
  - Ekkor: $q_0 = \frac{m_{1t}^2 - m_{2t}^2}{2M_t}$, $q_{\mathrm{out}} = \frac{p_{1t}^2 - p_{2t}^2}{2K_t}$, $q_{\mathrm{side}} = \frac{p_{2x}p_{1y} - p_{1x}p_{2y}}{K_t}$, $q_0 = \frac{E_2 p_{1z} - E_1 p_{2z}}{M_t}$
  - Tömeghéjfeltétel: $q^\mu K_\mu = 0 \;\Rightarrow\; q_0 = \frac{K_t}{M_t} q_{\mathrm{out}} = \beta_t q_{\mathrm{out}}$
- Az $R^2_{\mu\nu}$ mátrixból $R_{\mathrm{out}}, R_{\mathrm{side}}, R_{\mathrm{long}}$ nem nulla: HBT sugarak
- Szögfüggés vizsgálata: $R_{\mathrm{os}}$ is megjelenik



# Példa 3D korrelációs függvények

- $C(q_{out}, q_{side}, q_{long})$ mérése, 3D illesztés, sugarak 3D-ben



# A kibocsátás időtartama

- Időfüggő forrás, $\Delta\tau$ kibocsátási időtartam

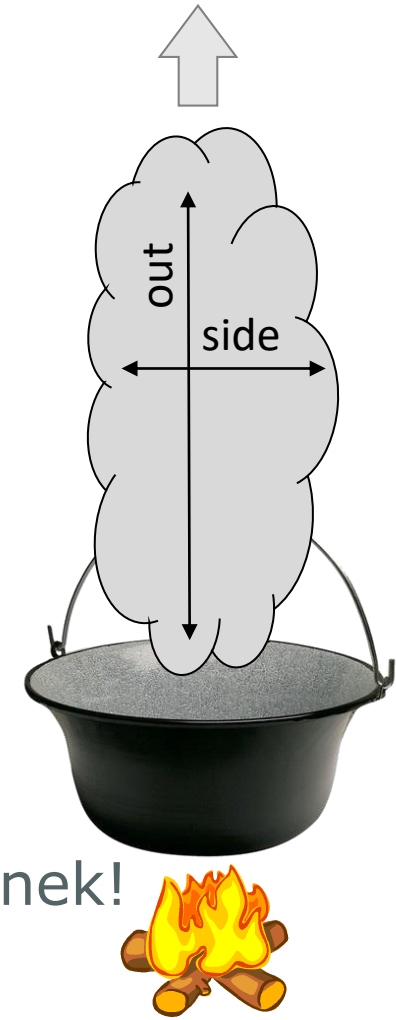
$$S(r,\tau) \sim e^{-\frac{(\tau-\tau_0)^2}{2\Delta\tau^2}}$$

- Jelentése: kifagyás $\tau_0$ sajátidő környékén
- Egyszerű hidrodinamikai eredmény:

$$R_{\text{out}}^2 = \frac{R^2}{1+\frac{m_t}{T_0}u_t^2} + \beta_t^2 \Delta\tau^2$$

$$R_{\text{side}}^2 = \frac{R^2}{1+\frac{m_t}{T_0}u_t^2}$$

- Skálázás $\sqrt{m_t}$ változóban
- RHIC: out és side irányú sugarak kb megegyeznek!

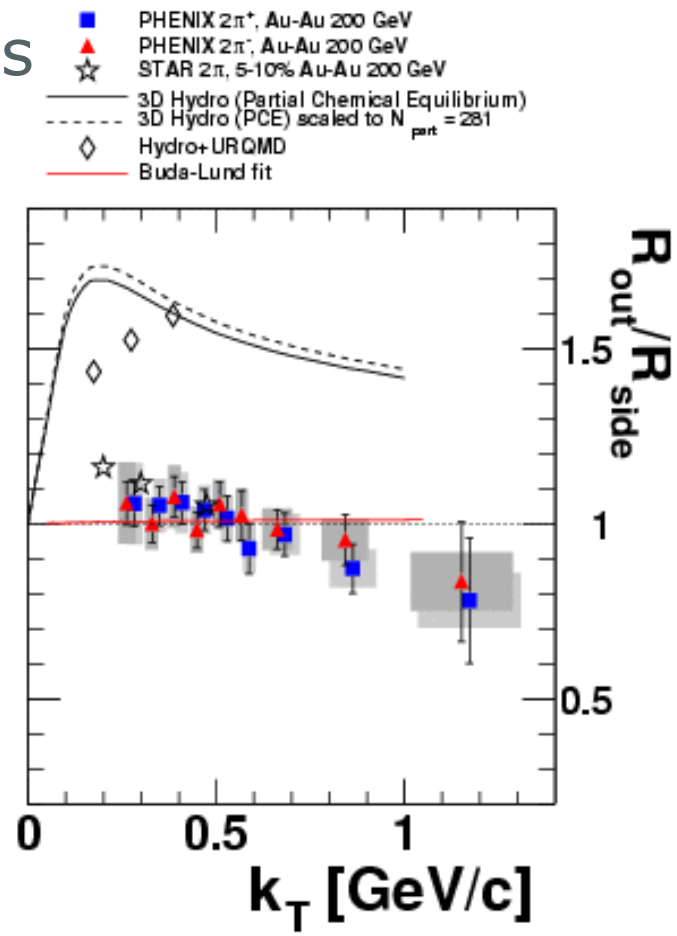


# Elsőrendű fázisátalakulás kizárva!

- Out-side különbség: pionkeletkezés időtartama
- Elsőrendű fázisátalakulás:

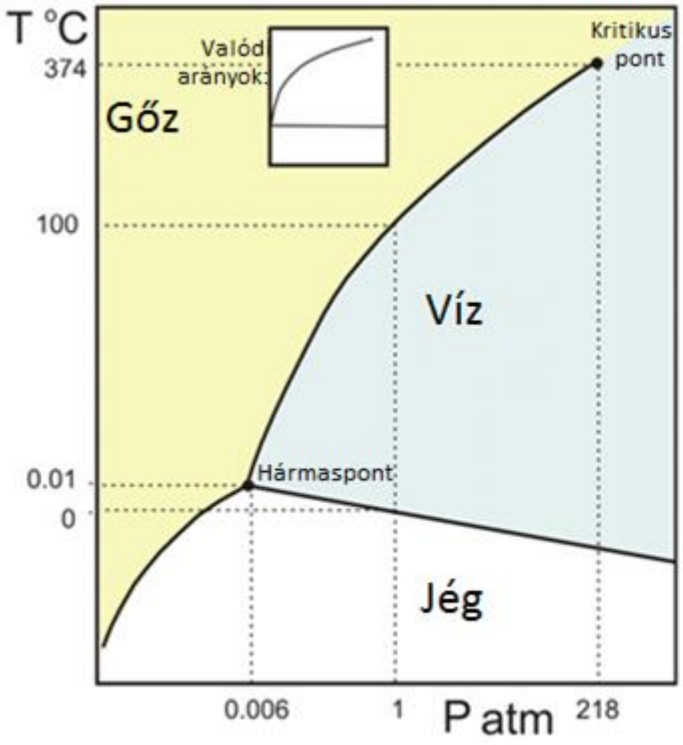
  Out » Side
- Hidrodinamikai jóslat:

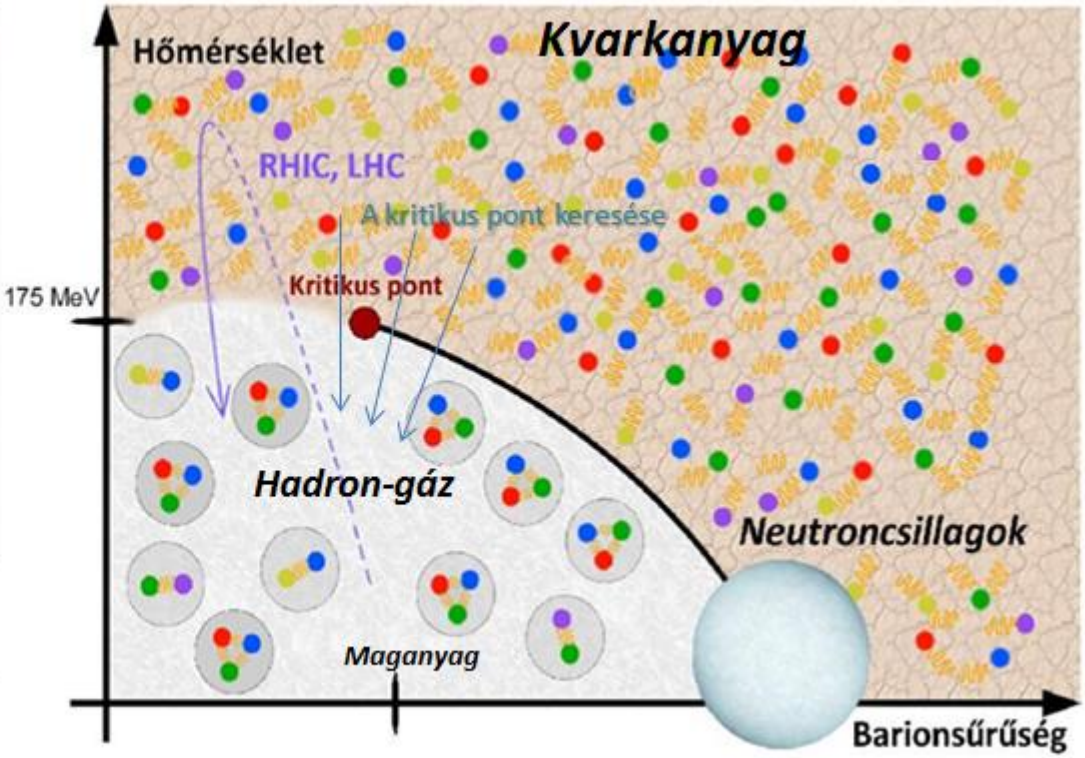
  Out ≈ Side
- ~50 modell rossz: „HBT rejtély”
- Kísérlet: Out ≈ Side
- „Azonnali kifagyás”



# A kvark-hadron fázistérkép

- Maganyag vs. kvarkanyag: átalakulás hol és miként?



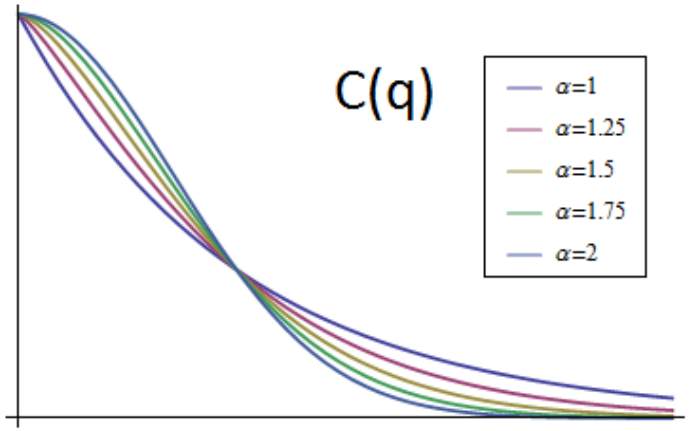



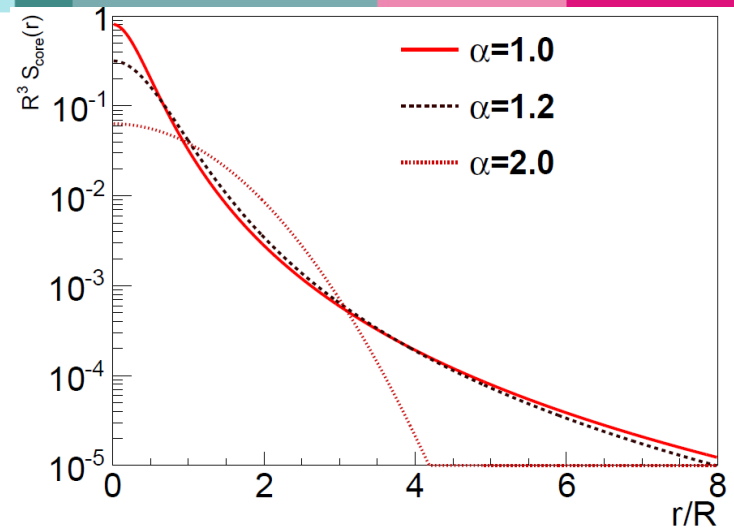
# Másodrendű fázisátalakulás?

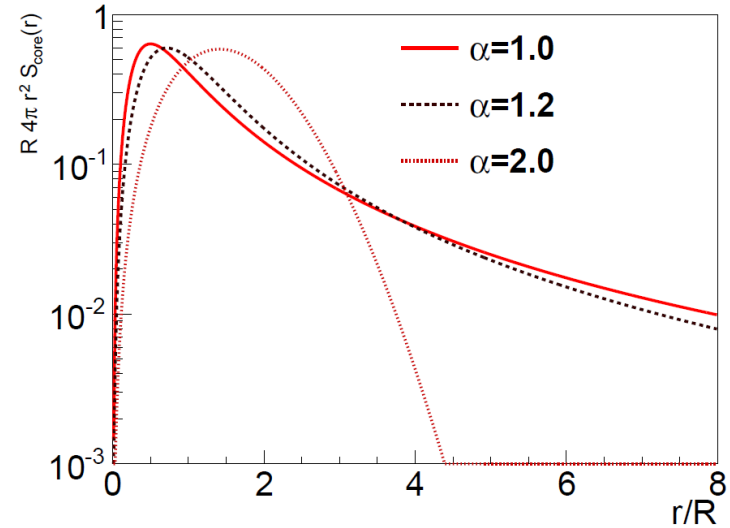
- Másodrendű fázisátalakulások esetén: kritikus exponensek
  - A kritikus pont környékén
    - Fajhő ~ $((T-T_c)/T_c)^{-\alpha}$
    - Szuszepcibilitás ~ $((T-T_c)/T_c)^{-\gamma}$
    - Korrelációs hossz ~ $((T-T_c)/T_c)^{-\nu}$
  - A kritikus pontban
    - Térbeli korrelációs függvény ~ $r^{-d+2-\eta}$
  - Ginzburg-Landau: $\alpha=0$, $\gamma=1$, $\nu=0.5$, $\eta=0$
- QCD $\leftrightarrow$ 3D Ising modell, $\eta=0.05$
- Random tér hozzáadása esetén: $\eta=0.5$
- Ez az exponens a térbeli eloszlás alakjától függ: mérhető!
- Kritikus pontban az alak-kitevő 0.5

# A kritikus pont keresése

- Kétrészecske korreláció (térbeli)
  - Újraszórás ↔ anomális diffúzió,
  - Általánosított határeloszlás-tétel
  - Nem Gauss hanem Lévy eloszlás!
- Lévy(R,$\alpha$): Fourier[exp(-|Rq|$^{\alpha}$)]
- Korrelációs exponens = Lévy index $\alpha$
- Másodrendű fázisátalakulás: $\alpha = 0.5$
- Rács-QCD: nagy energián cross-over
- Alacsony energián $\alpha$ mérendő!

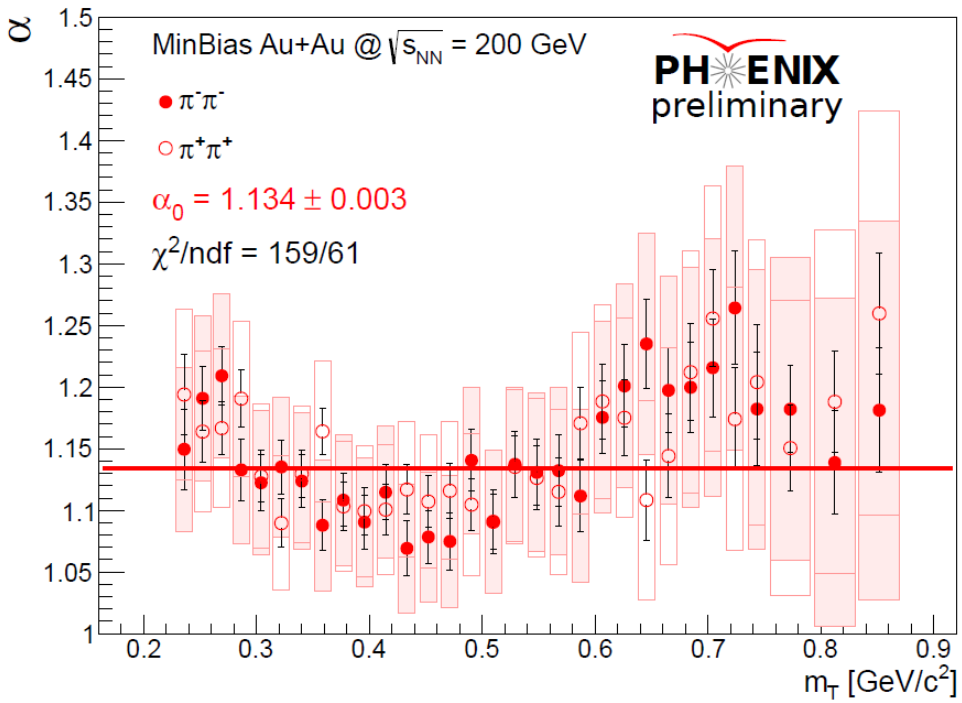


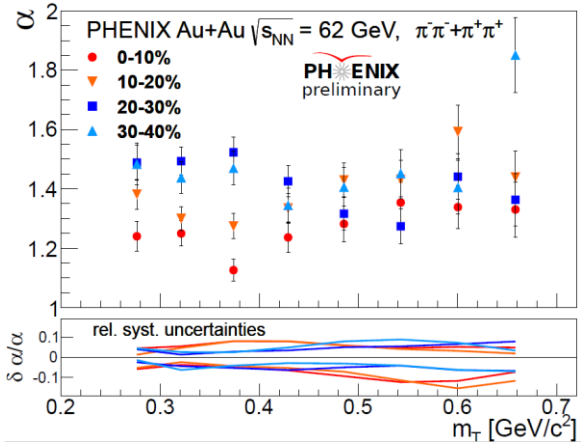



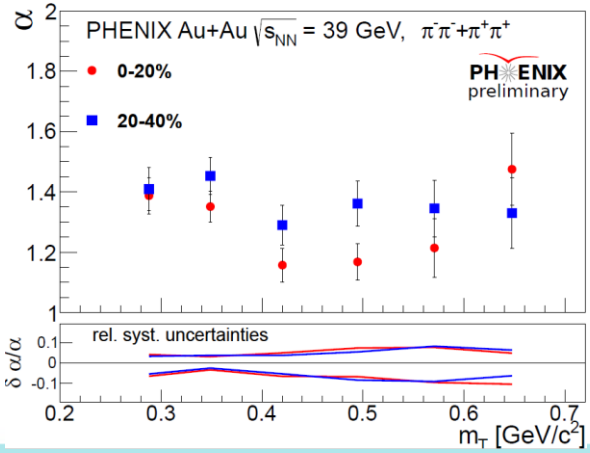



# A kritikus pont keresése Lévy HBT-vel

- Lévy exponens $\alpha$:
  - $\alpha = 2$ (Gauss), $\alpha = 1$ (Cauchy), $\alpha = 0.5$ (CEP)
- Mérések sok energián folyamatban
- Legközelebb a Cauchy-hoz

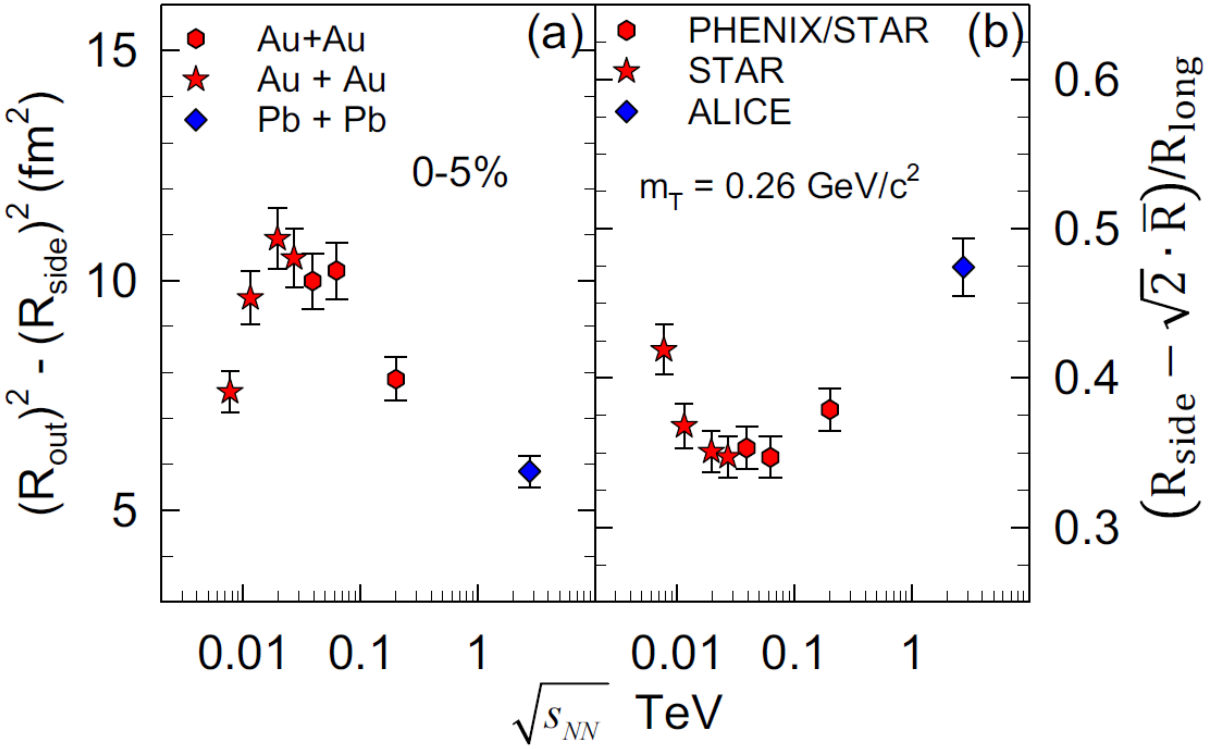


# A kritikus pont keresése

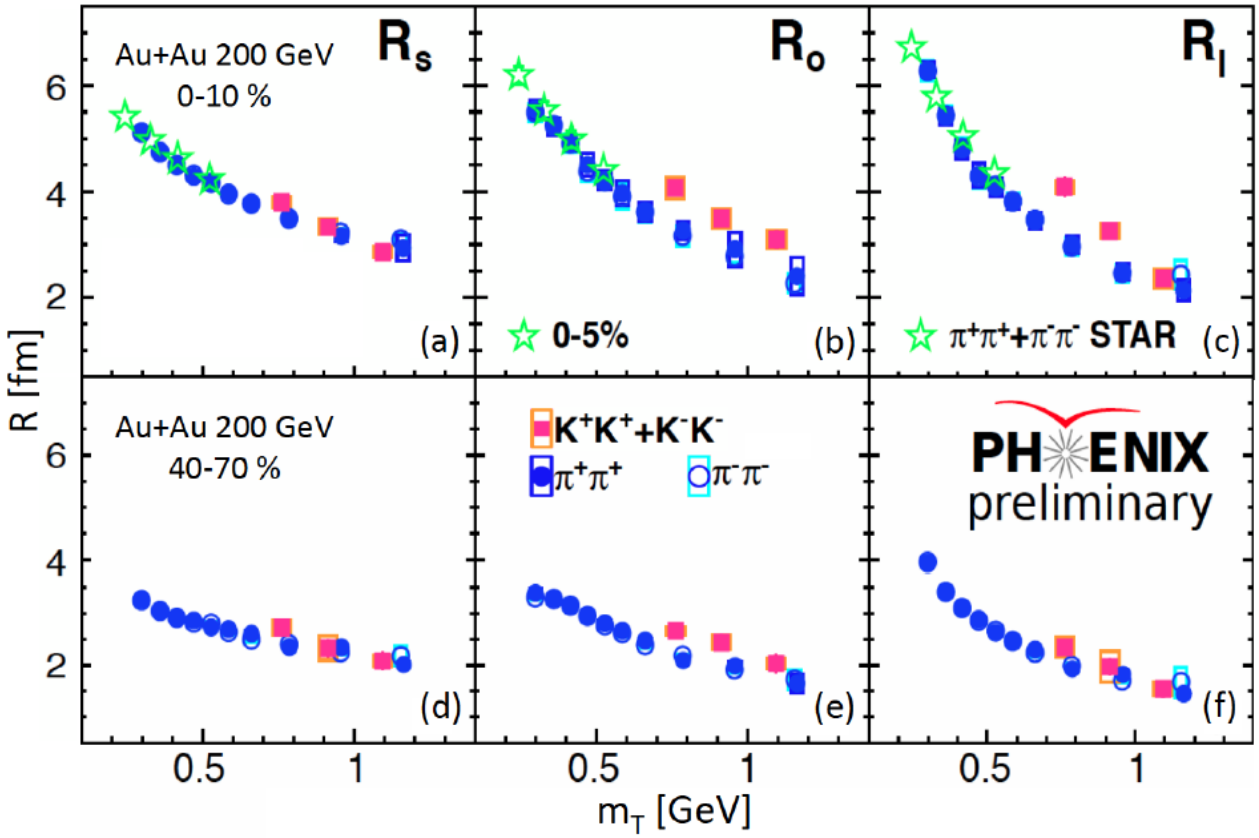
- Ugyanakkor a kritikus pontban más, nem-monoton viselkedések is felfedezhetőek
- Out-side különbség ill. side mínusz átlag alakulása pl:




- Kritikus pont $\sqrt{s_{NN}} = 40$ TeV környékén?

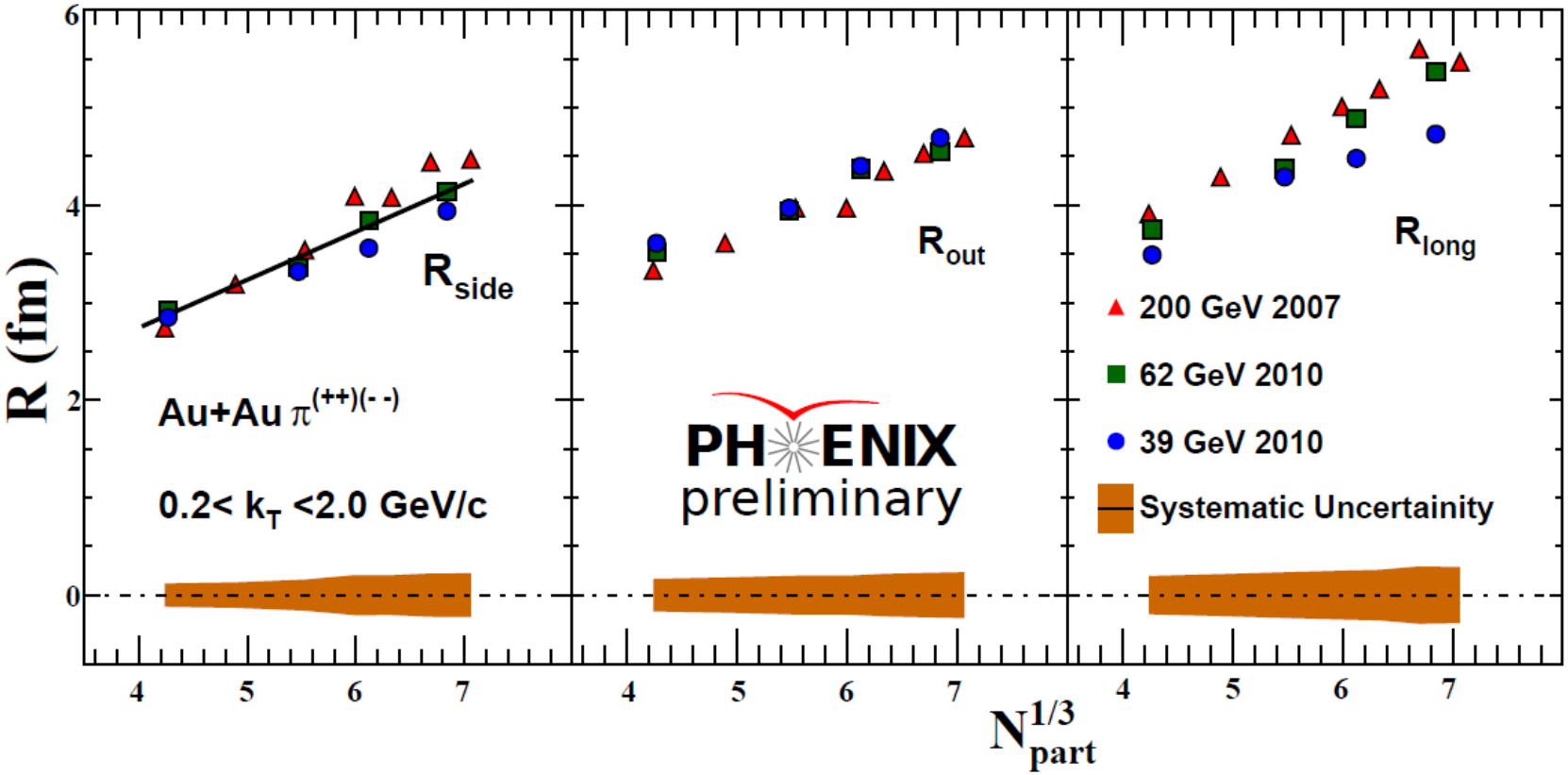
# A HBT sugarak részecske- és impulzusfüggése

- Transzverz tömeg skálázás jól látható
- Enyhe eltérés kaon- és pionpárok között



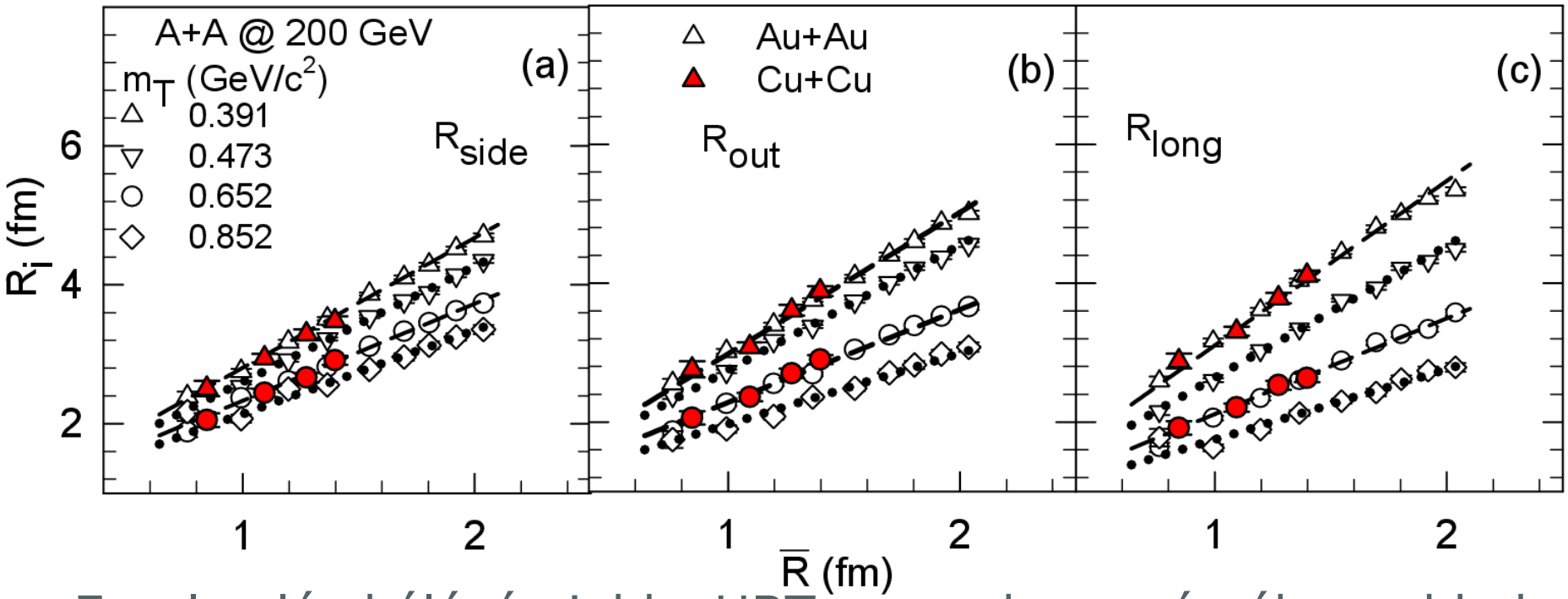
# A HBT sugarak méretfüggés

- Résztvevő nukleonok száma: rendszer kezdeti térfogata
- HBT sugarak: kezdeti lineáris mérettel skáláznak



# A HBT sugarak méretfüggése

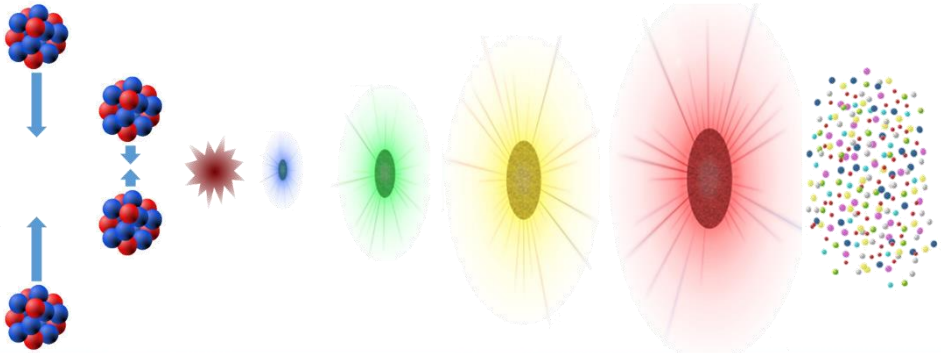
- Vezessük be a kezdeti nukleoneloszlás $\sigma_{x,y}$ szélességeit
- Kezdeti transzverz méret: $\frac{1}{\bar{R}^2} = \frac{1}{\sigma_x^2} + \frac{1}{\sigma_y^2}$



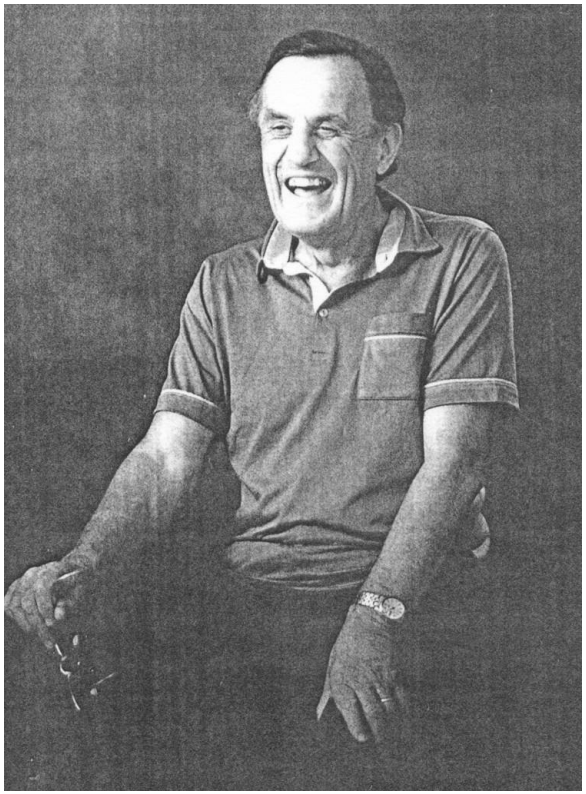

- Ezzel való skálázás jobb: HBT sugarak erre érzékenyebbek

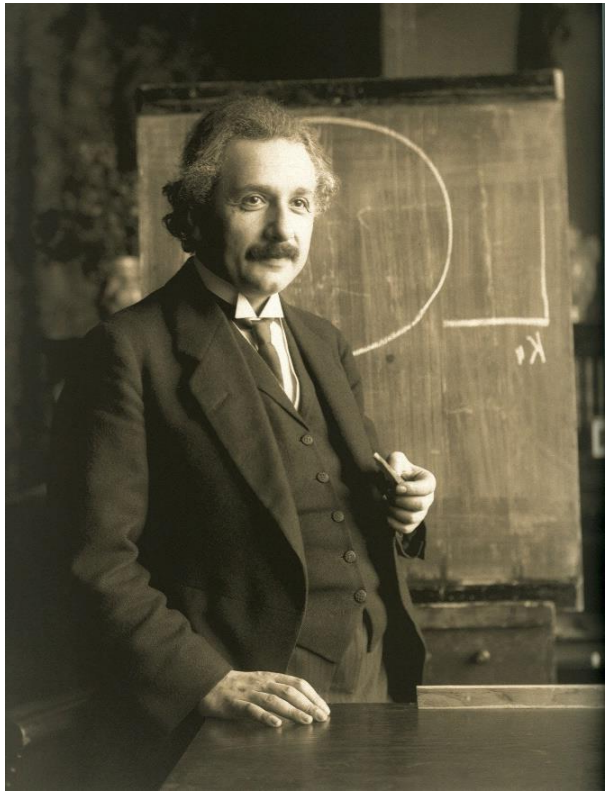
# Összegzés

- Brown és Twiss: interferenciajelenség
- Bose és Einstein: kvantumstatisztika
- HBT effektus: bozonok szimmetriája miatt korreláció
  - Fermionok: Fermi–Dirac-statisztika, antikorreláció
- Korreláció ⇔ forrás alakja; femtoszkópia
- Mini ősrobbanás feltérképezhető
  - $10^{-14}$ méter méret
  - $10^{-22}$ mp élettartam
  - $10^{-23}$ mp „kifagyási idő”



# Köszönjük a figyelmet!





A témában diákok jelentkezését várjuk az Atomfizikai tanszéken