

Nagyenergiás nehézion-fizika

Csanád Máté¹

Eötvös Loránd Tudományegyetem, H- 1117 Budapest XI, Pázmány Péter sétány 1/A, Hungary

Speciális kollégium, 2007/08 tavasz

Outline

- 1 Bevezetés
 - Tudnivalók
 - Kinematikai tudnivalók
 - Az elemi részek fizikája
- 2 Az Ősrobbanás és a nehézion-fizika kapcsolata
 - Az erős kölcsönhatás
 - Az Univerzum története
 - Nehézionfizika
- 3 A RHIC
- 4 A PHENIX
- 5 Mérhető mennyiségek
- 6 Hidrodinamika
 - Nemrelativisztikus hidrodinamika
 - Relativisztikus hidrodinamika

Mire lesz szükség?

- Matematikai ismeretek:
 - Alapműveletek :)
 - Differenciálás, integrálás
 - Differenciál-egyenletek
- Fizikai ismeretek:
 - Kinematika
 - Folytonos közegek mechanikája
 - Termodinamika
 - Relativitáselmélet
 - Kvantumelméletek
- De a fentieket mindet megtanuljuk közben

Miről lesz szó?

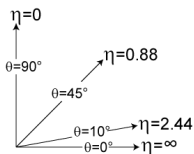
- Részecskefizikáról
 - Alapvető részek: kvarkok, leptonok, fermionok, bozonok
 - Folyamatok
- Nagyenergiás fizikáról
 - Ütközések nagy energián (GeV nagyságrend)
 - Részecskekeltés (nem rugalmas ütközés)
- Nehézion fizikáról
 - Atommagokat ütköztetünk
 - Közeget akarunk létrehozni

Kinematikai tudnivalók I

Relativisztikus kinematika

- Négyessebesség: u^μ , $\mu = 0 \dots 3$; $u^\mu u_\mu = 1$ mindig; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 + \sum_i u_i^2}}$
- Hármassebesség: $\mathbf{v}_i = \gamma \mathbf{u}_i \Rightarrow |\mathbf{v}| < 1$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - |\mathbf{v}|^2}}$
- Impulzus: $p^\mu = m u^\mu \Rightarrow p_\mu p^\mu = m^2$;
 $p_\mu = (E, p_x, p_y, p_z) \Rightarrow m^2 = E^2 - p^2$
- Hármassimpulzus: $\mathbf{p} = m\gamma\mathbf{v}$
- Rapiditás: $y = 0.5 \log \frac{E+p_z}{E-p_z}$
- Pseudorapiditás: $\eta = 0.5 \log \frac{p+p_z}{p-p_z} = -\ln \tanh \frac{\theta}{2}$

Kinematikai tudnivalók II

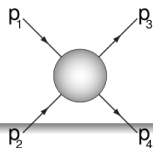


Mértékegységek

- Energia: $1 \text{ eV} = (\text{elektron töltése}) \times 1 \text{ V} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$
- Tömeg: eV/c^2
- Impulzus: eV/c

Kinematikai tudnivalók III

Mandelstam változók

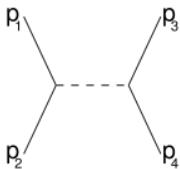


$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2$$

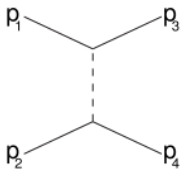
$$t = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2$$

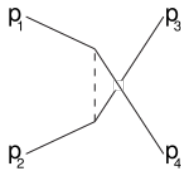
Feynman-diagramok



s-csatorna



t-csatorna



u-csatorna

Klasszikus fizikai kölcsönhatások

- Klasszikus mechanika: pontrészecskék elmélete
 - Téridő: \mathbb{M} (relativisztikus), \mathbb{I} időpillanatok
 - Részecske: $r : \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{M}$
 - Lagrange-függvény: $\mathcal{L} = L \circ (\text{id}_{\mathbb{I}}, r, \dot{r})$, hatás: $S = \int_{\mathbb{I}} \mathcal{L}$
 - Legkisebb hatás elv: r megvalósuló részecske $\Rightarrow S|_r = S_{\min}$
 - Megoldások: Euler-Lagrange egyenlet megoldásai
 - Lagrange-egyenletek \Rightarrow Hamilton-formalizmus:
 $q = r, p = \partial_{\dot{r}}L, \mathcal{H} = \dot{q}p - \mathcal{L}$
- Térelmélet
 - Fizikai állapotok: $\phi : \mathbb{M} \rightarrow \mathbb{C}$
 - Lagrange függvény: $\mathcal{L} = L \circ (\text{id}_{\mathbb{M}}, \phi, \partial\phi)$, hatás: $S = \int_{\mathbb{M}} \mathcal{L}$
 - Legkisebb hatás elv: ϕ megvalósuló állapot $\Rightarrow S|_{\phi} = S_{\min}$
 - Megoldások: Euler-Lagrange egyenlet megoldásai
 - Hamilton-formalizmus, kanonikus koordináták hasonlóan

Mértékelmélet (*gauge*-elmélet)

- \mathcal{L} globálisan szimmetrikus, pl. $\mathcal{L} = |\partial\phi|^2 - m|\phi|^2$, ahol $m \in \mathbb{R}$. $\phi \rightarrow e^{i\alpha}\phi$ szimmetria ($\alpha \in \mathbb{R}$).
- Minden globális szimmetriához tartoznak megmaradó mennyiségek (Noether-tétel, "Noether-áramok")
- Lokális szimmetria: $\phi \rightarrow e^{i\alpha}\phi$ ($\alpha : \mathbb{M} \rightarrow \mathbb{R}$) lehet-e?
- Ez nem jó, mert a deriváltat is változtatni kell! Hogyan lehetne?
- "Kovariáns" deriválás: $\partial \Rightarrow \partial - gA$
- Kompenzáló *mértékmező* A bevezetése, ez a közvetítő avagy mértékbozon.
- g : csatolási állandó; A -nak Lagrange: $\mathcal{L} = F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$; $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$

Első kvantálás (klasszikus elmélet kvantálása)

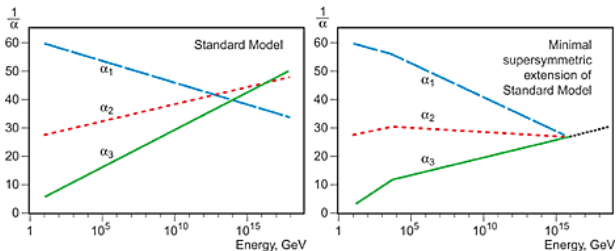
- Fizikai állapot: $\phi : \mathbb{M} \rightarrow \mathbb{C}$
- Fizikai mennyiség: operátor a ϕ állapotok \mathcal{H} Hilbert-terén
- Fizikai mennyiségek értéke: operátor sajátértéke adott sajátállapotban
- Kanonikus koordináták: Hilbert-tér operátorai ($\in \text{Lin}(\mathcal{H})$)
- Nem kommutálnak; ezekből keltő- és eltűntető operátorok

Másodkvantálás: kvantumtérelméletek

- Terménnyiség $\phi \rightarrow$ operátor az állapottéren
- Keltő- és eltűntető operátorok részecskét hoznak létre a vákuumon
- Valós skalártér Fourier-transzformáltjából kvantált terménnyiség:
 $\tilde{\phi}(k) \rightarrow \tilde{\phi}(k)\hat{a}(k)$
- Egyéb terek: szimmetria megőrzése, mértékrögzítés
- Renormálás az önkölcsönhatás kezelésére
 - Egy adott folyamatban rengeteg "belső" folyamat lehet (Feynman gráfban hurok)
 - Mérés: az összes ilyen összege \Rightarrow de egyesek divergálnak
 - Levágás: regularizáció; Korrekció a levágásra: renormálás
 - Futó csatolási állandót bevezetve az elméletet nem kell módosítani
 - Renormálás: végtelenek nélkül is létezik, "futó állandók"

Kvantumtérelméletek

- Térelmélet \Leftrightarrow Lagrange-függvény \Leftrightarrow Szimmetria
 - Elektromágneses kölcsönhatás: $U(1)$, elektromos töltés (QED), csatolás: α_{QED} (kicsi)
 - Gyenge kölcsönhatás: $SU(2)$, gyenge hipertöltés
 - Erős kölcsönhatás: $SU(3)$, színtöltés (QCD), csatolás g avagy α_{QCD} (nem kicsi)
- Egyesítés:
 - Elektrogyenge elmélet (Salam-Weinberg)
 - Standard modell: $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ (nem igazi egyesítés)
- Számítás: perturbáció-elmélet, ha csatolás kicsi



A részecskék standard modellje

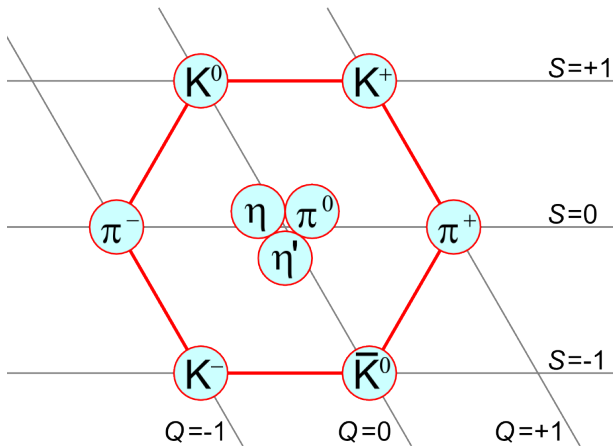
- Részecskék: kvarkok és leptonok
- Kölcsönhatást közvetítők: bozonok

	részecskék			kölsön- hatások		közvetítő bozonok
Kvarkok	u	c	t	Erős kh.	El-mágn. kh.	g (erős)
	d	s	b			Gyenge kh.
Leptonok	e	μ	τ			Z (gyenge)
	ν_e	ν_μ	ν_τ			W (gyenge)

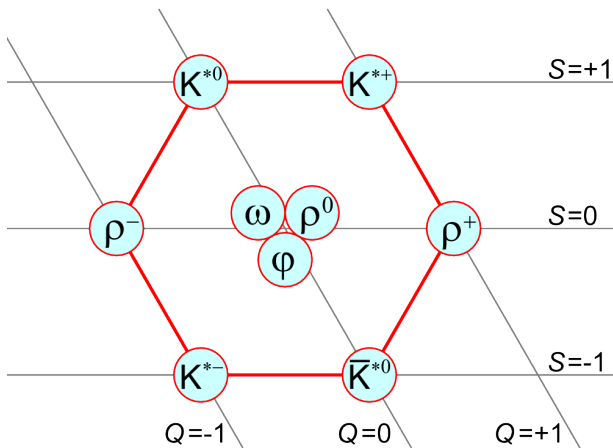
Alapvető részecskék tulajdonságai I

- Leptonok
 - töltött leptonok ($q = \pm 1$): e (511 keV), μ (105.7 MeV), τ (1.777 GeV)
 - neutrínók: ν_e (< 2.2 eV), ν_μ (< 170 keV), ν_τ (< 15.5 MeV)
- Kvarkok
 - $+2/3$ töltésűek: u (1.5-4.0 MeV), c (1.15-1.35 GeV), t (171 ± 2 GeV)
 - $-1/3$ töltésűek: d (4-8 MeV), s (80-130 MeV), b (4.25 ± 0.15 GeV)
 - és mindegyiknek az antirészecskéje
- Mezonok (két kvark kötött állapotok)
 - Pszeudoskalár mezonok: π ($\pm, 0$), K ($\pm, 0, \bar{0}$), η, η'
 - Vektormezonok: K^* , ρ ($\pm, 0$), ω, ϕ
 - Mezonok c, d kvarkokkal: D, B, J/ Ψ , Υ , etc.
- Barionok
 - u, d, s kvarkokból: p, n, $\Delta, \Sigma, \Lambda, \Xi, \Omega$
 - egyebek

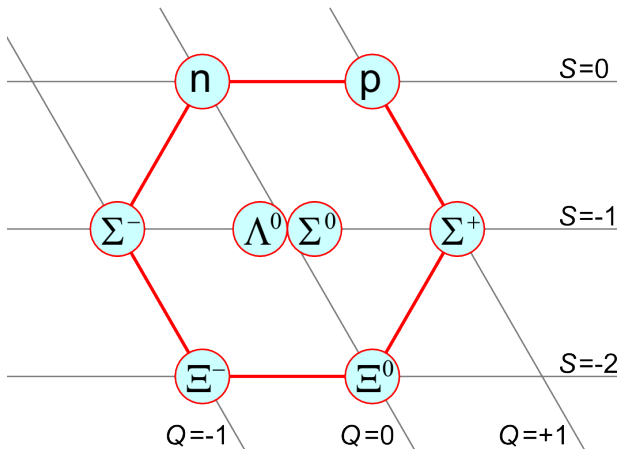
Alapvető részecskék tulajdonságai II



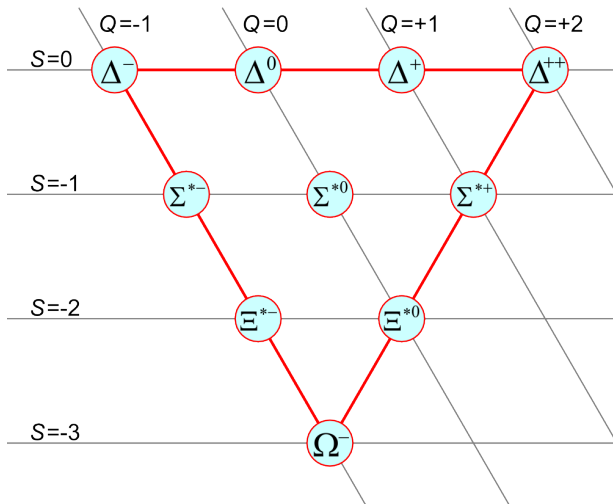
Alapvető részecskék tulajdonságai III



Alapvető részecskék tulajdonságai IV



Alapvető részecskék tulajdonságai V



Az erős kölcsönhatás története

- Geiger, Mardsen, Rutherford, 1909: az atommag szerkezete
- Stern, 1933-34: a proton és a neutron anomális mágneses momentuma
- Yukawa, 1934: erős kölcsönhatás, pion-csere
- Gell-Mann, 1964: kvarkok SU(3) elmélete
(u, d, s kvarkok; barion: qqq, mezon: q \bar{q})
- Greenberg, 1964: szín-töltés ($\Delta^{++} = u\uparrow u\uparrow u\uparrow$, Pauli-elv?)
- Fritzsch, Gell-Mann, Leutwyler, 1972: QCD nem-ábeli mértékelmélet
- Gross, Wilczek, Politzer, 1973: nem-ábeli mértékelméletek aszimptotikus szabadsága
 - Ábeli futó csatolás (QED): $\alpha(Q) = \frac{\alpha_0}{1 - |C_1| \alpha_0 \log(Q/\Lambda)}$
 - Nem-ábeli futó csatolás (QCD): $\alpha(Q) = \frac{\alpha_0}{1 + |C_2| \alpha_0 \log(Q/\Lambda)}$

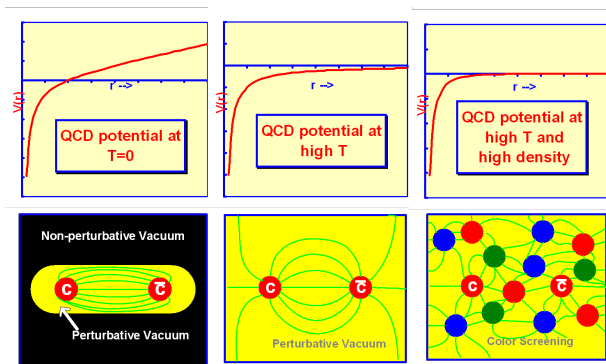
Az erős kölcsönhatás tulajdonságai I

- Paradoxon: nem látunk szabad kvarkokat
- A kvarkmodell működik, de furcsa:
 - Nem lehet széthúzni két kvarkot, de egymástól függetlenek: mintha be lennének zárva
 - A nagyenergiás kvarkok szabadon gyorsulnak, mintha "kikapcsolna" az erős kölcsönhatás
- Paradoxon: a speciális relativitás és a kvantummechanika *is* működik
 - Az egyikben tér és idő hasonló, a másikban nagyon különböző
 - Megoldási javaslatok: antirészecskék, virtuális részecskék, árnyékolás
- A megoldás: kvantumtérelméletek!
- Árnyékolás virtuális részecske-antirészecske párokkal
- Speciális esetben anti-árnyékolás: aszimptotikus szabadság
- Az egyik ilyen speciális eset jól működik: ez a QCD
- QCD jóslata: gluonok!

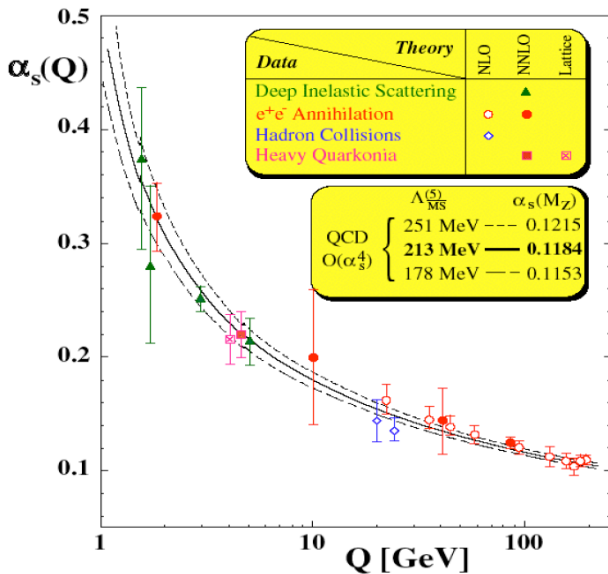
Az erős kölcsönhatás tulajdonságai II

- Viselkedés: QCD kis távolságon gyenge, nagy távolságon erős; nagy energián gyenge, kis energián erős (a csatolási állandó)
- $V(r) = \frac{\alpha_s(Q)}{r} = \frac{\alpha_{s,0}/\log(Q^2/\Lambda^2)}{r} = \frac{\alpha_{s,0}/\log(Q^2/\Lambda^2)}{r} = \frac{\alpha_{s,0}/\log(1/\Lambda r)}{r}$
- $F(r) = \alpha_{s,0} \partial_r \frac{1}{\log(1/\Lambda r)r}$
- Ez a "szabadság" (csatolás csökken, erő NEM) 10^{15} GeV környékén megjelenhet - addig nem igazán

Az erős kölcsönhatás tulajdonságai III



Az erős kölcsönhatás tulajdonságai IV



Az Univerzum története II

- Planck éra (10^{-43} mp): Planck-skála, semmit sem tudunk
- GUT éra (10^{-35} mp): erős kölcsönhatás leválása előtt
- Elektrogyenge éra (10^{-10} mp): gyenge kölcsönhatás leválása előtt
- Antianyag kora (0.001 mp): anyag és antianyag egyszerre
- Nukleoszintézis (3 perc): antianyag eltűnik, protonok létrejönnek
- Atommagok kora (300 000 év): hidrogén és hélium plazma
- Atomok kora (1 milliárd év): atom-felhők, végén első galaxisok létrejötte
- Galaxisok kora (mostanáig): csillagok, galaxisok és klaszterek

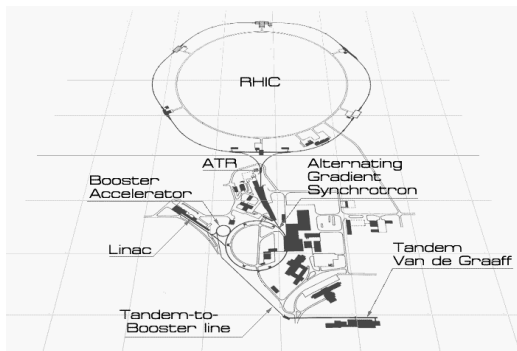
Részecskegyorsítók

- Katódsugárcső, röntgen
- Van de Graaff, Cockroft-Walton
- Lineáris (pl SLAC, 3 km)
- Tandem: negatív ion majd pozitív (elektronok leszakítása)
- Ciklotron (pl Berkeley): két 'D' alak, gyorsulás közöttük, állandó B, állandó frekvencia, p 15 MeV-ig (rel. eff.)
- Szinkrociklotron: relativisztikus effektusra korigál a frekvenciával.
- Izoszinkron ciklotron: növekvő mágneses térrel korigál.
- Betatron: Változó mágneses tér \Rightarrow változó elektromos gyorsító tér
- Szinkrotron: elemről-elemre változó vonzó/taszító erő. Energia-limit: szinkrotron-sugárzás
- Tárológyűrű: csak a sugárzási veszteség pótlása

Kísérleti helyszínek

- CERN SPS: 1976, 7 km, 400 GeV (rögzített), 1983: W és Z bozonok felfedezése, Nobel-díj; 1986-2003: nehézion-ütközések.
- Bevatron: 1954, 114 m, 6 GeV, 1955: antiproton felfedezése, Nobel-díj.
- AGS: 1960 óta, 800 m, 33 GeV, 1976: J/Ψ és c kvark, 1980: CP-sértés (K_0 bomlásban), 1988: ν_μ felfedezése, Nobel-díjak.
- Tevatron: 1983, 6.3 km, 1 TeV, 1995: t kvark
- CERN LHC: 2008, 27 km, 7 TeV
- BNL RHIC: 2000, 4 km, 500 GeV

RHIC I



- Előgyorsítás:
 - Van de Graaff 15 MV, (1 MeV, +32) vagy Linac (200 MeV)
 - Booster Szinkrotron (95 MeV, +77)

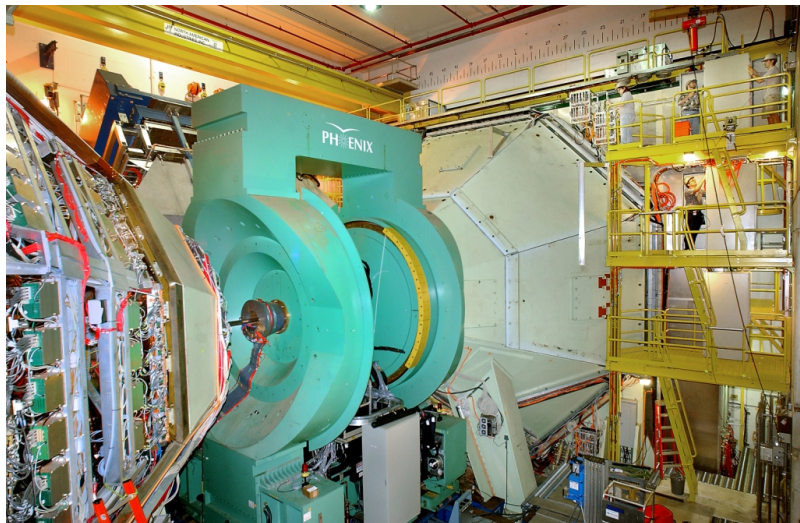
RHIC II

- AGS (9 GeV, +79)
- Két gyűrű ('kék' és 'sárga')
- 6 metszési pont
- 1740 szupravezető mágnes
- proton, deuteron, arany, réz
- fénysebesség 99.995%-a
- tkp-i energia: $\sqrt{s_{NN}} = 200 \text{ GeV}$ (500 GeV protonokra)
- Luminozitás $2 - 3 \times 10^{26} \frac{1}{\text{cm}^2 \text{s}}$
- Polarizált protonok is (szibériai kígyók)
- Kísérletek:
 - STAR (Solenoidal Tracker At RHIC): 1200 tonna, Time Projection Chamber, sok hadron észlelése; 12 ország, 46 intézmény, 550 résztvevő

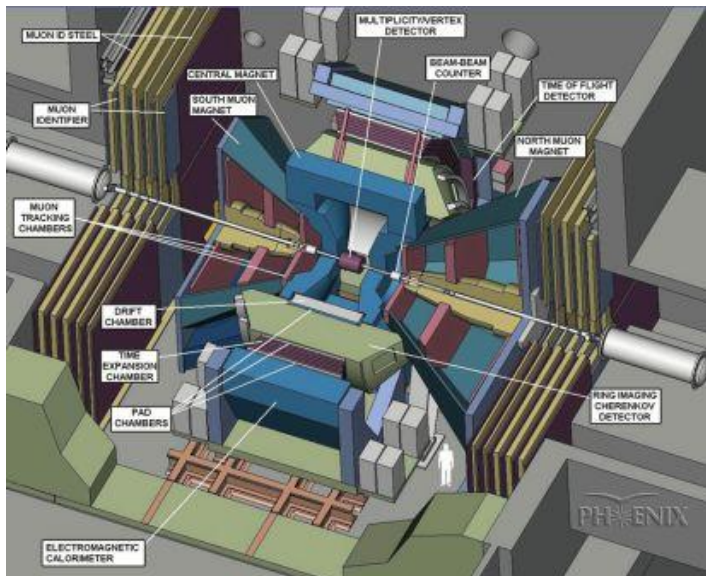
RHIC III

- PHENIX (Pioneering High Energy Nuclear Interactions eXperiment): sok különböző detektor, 4000 tonna; elektronok, müonok, fotonok, hadronok vizsgálata, eseménykarakterizáló detektorok; 14 ország, 69 intézmény, 600 tag.
- PHOBOS: kisebb szilikon detektorok sok szögterületben (nagy rapiditásnál), sok esemény vizsgálata, ritkák keresése, pl fluktuációk vizsgálata; 3 ország, 12 intézmény, 2006-ig.
- BRAHMS (Broad Range Hadron Magnetic Spectrometer): 2 keskeny szögterületű, de távoli spektrométer, töltött hadronok precíz mérése; 51 résztvevő 14 intézményből, 2006-ig.
- Fejlesztési tervek: RHIC-II (nagyobb lumin.), e-RHIC (10 GeV $e+p$)
- Félelmek: fekete lyuk, valódi vákuum

PHENIX I



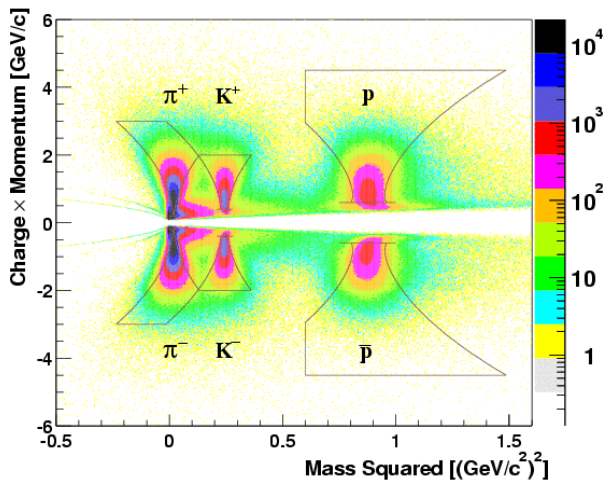
PHENIX II



Mérhető mennyiségek I

- Amit mérünk: trackek - részecskék; pálya metszéspontjai egyes detektorokon
- Impulzus, töltés, tömeg (repülési időből), leadott energia (elektronra, fotonra)
- Publikált mennyiségek közül az első: töltött részecskék száma, $\left. \frac{dn}{dy} \right|_{y=0}$
- Invariáns impulzus-eloszlás: $N_1(p) = \frac{d^3n}{d^3p} \Rightarrow 3D$
- Részecskék forrása, keletkezési valószínűsége: $S(x, p)$; ebből $N_1(p) = \int S(x, p) d^4x$
- 1D mennyiség: $y = 0$ -nál (vagy y szeletekben), ϕ -re integrálva: p_t függvényében
- Másik lehetőség: $\frac{dn}{dy}$ y függvényében (PHOBOS, BRAHMS)

Mérhető mennyiségek II



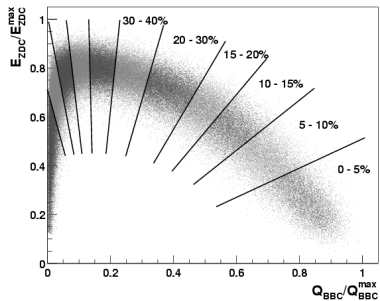
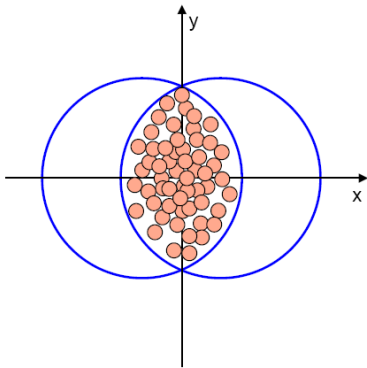
Glauber modell I

- Centralitás függvényében: Glauber modell
- Nukleon-nukleon ütközések $d < \sqrt{\sigma_{nn}/\pi}$ impakt paraméter esetén, $\sigma_{nn} = 42$ mb
- Ütközési valószínűség Heaviside, esetleg bonyolultabb
- Sűrűségprofil: $\rho(z, s) = \rho_0 \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}$ ($r = \sqrt{z^2 + s^2}$, Woods-Saxon), $R = 6,38$ fm, $a = 0.54$ fm
- Szimuláció: Monte-Carlo (Metropolisz algoritmussal P eloszlás generálása: véletlen pont, elfogadva, ha $P_{\text{new}}/P_{\text{old}}$ nagyobb egy véletlen számnál)
- Gyakran használt mennyiségek: N_{coll} , N_{part}
- Átfedési függvény: $T_{AB} = \langle N_{\text{coll}} \rangle / \sigma_{nn}$
- $T_A(s) = \int dz \rho(z, s)$, $T_{AB}(b) = \int d^2s T_A(s) T_B(b-s)$

Glauber modell II

- $\sigma_{AB} = \int d^2b \left(1 - [1 - \sigma_{nn} T_{AB}]^{AB} \right)$
- $N_{\text{coll}}(b) = AB \int d^2s T_A(s) T_B(s - b) \sigma_{nn}$
- $N_{\text{part}}(b) = A \int d^2s T_A(s) \left(1 - [1 - \sigma_{nn} T_{AB}]^{AB} \right)$
- Excentricitás: $\epsilon = \frac{\langle y^2 \rangle - \langle x^2 \rangle}{\langle y^2 \rangle + \langle x^2 \rangle}$

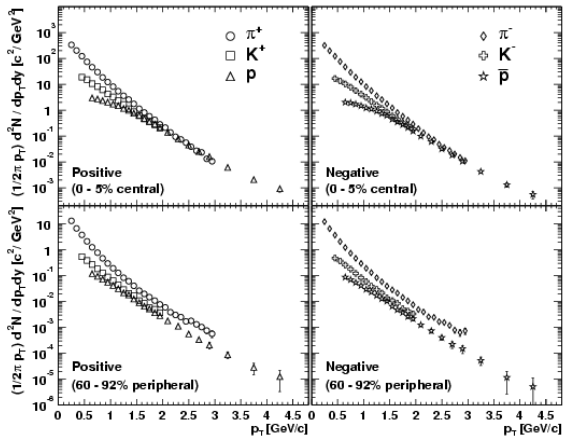
Glauber modell III



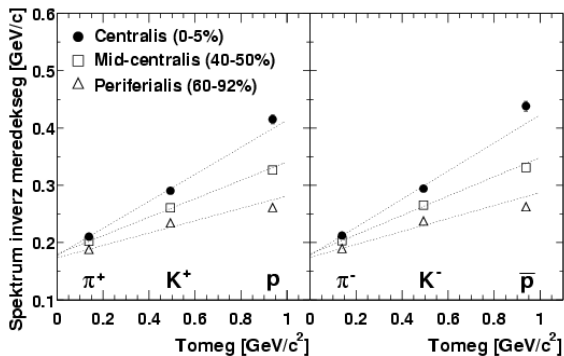
Spektrumok, hányadosok I

- Transzverz impulzus függvényében: részecske-hányadosok: produkciós mechanizmusról árulkodnak
- Spektrumok alakja, meredeksége: hidrodinamika!
- Rapidity-eloszlás: Björken-hidrodinamika (boost-invariáns, nem gyorsuló modell) jóslata: $\epsilon_0 = \frac{\langle E_t \rangle}{R^2 \pi \tau_0} \frac{dn}{d\eta_0}$

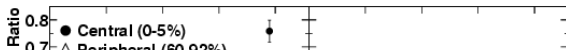
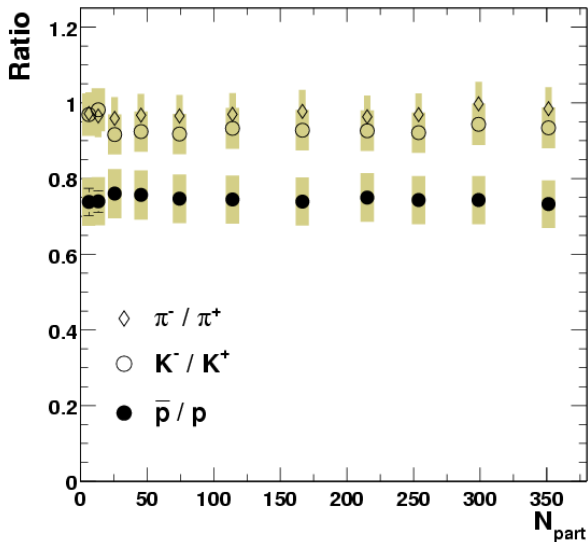
Spektrumok, hányadosok II



Spektrumok, hányadosok III



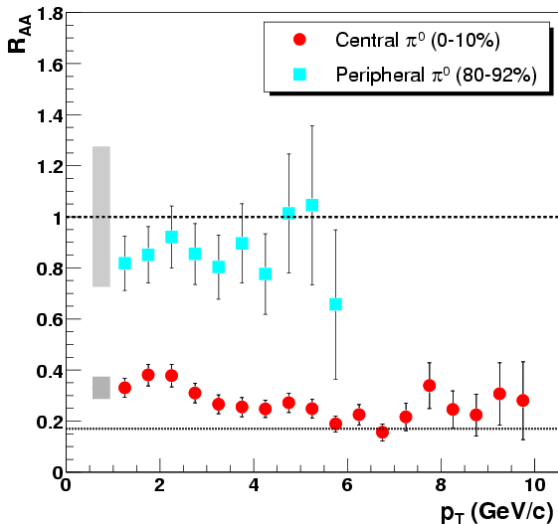
Spektrumok, hányadosok IV



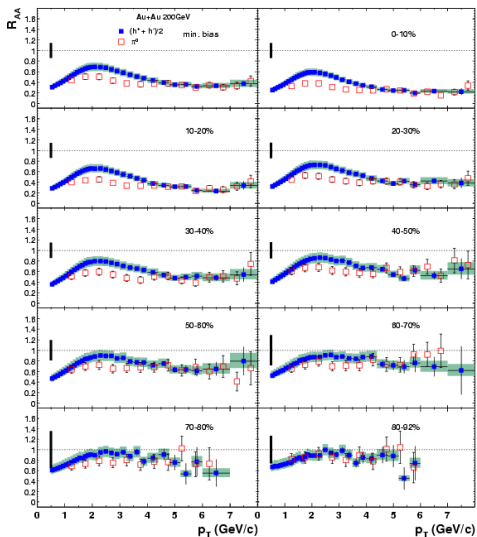
Nukleáris modifikáció I

- Centrális esetek eredménye összehasonlítva periférikussal, vagy proton-proton ütközésekkel?
- Nukleáris modifikációs faktor R_{AA} , ellenpróba: R_{dA}
- Cronin effektus: 2-6 GeV/c között, partonszóródás miatt

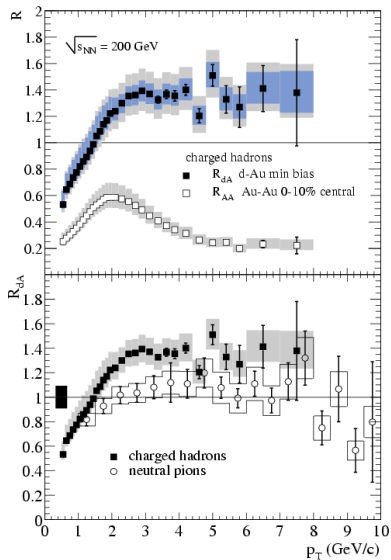
Nukleáris modifikáció II



Nukleáris modifikáció III



Nukleáris modifikáció IV

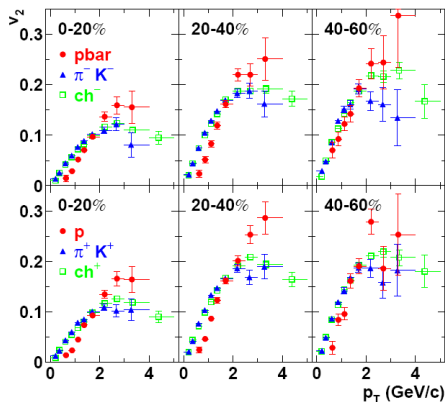


Folyás, korrelációk I

- Spektrum Fourier-komponensei

- $$v_n = \frac{\int_0^{2\pi} N_1(\rho) \cos(n\phi) d\phi}{\int_0^{2\pi} N_1(\rho) d\phi}$$
- $$N_1(\rho) = \frac{dn}{dp_z p_t dp_t d\phi} = \frac{dn}{dp_z p_t dp_t 2\pi} (1 + 2 \sum_n v_n \cos(n\phi))$$
- Eltérés a szférikus szimmetriától

Folyás, korrelációk II



- Kétrészecske-spektrum? Korrelációs függvények!

- Definíció: $C_2(p_1, p_2) = \frac{N_2(p_1, p_2)}{N_1(p_1)N_1(p_2)}$

- Áttérünk az impulzus-különbségre: $q = p_1 - p_2$, $p = (p_1 + p_2)/2$

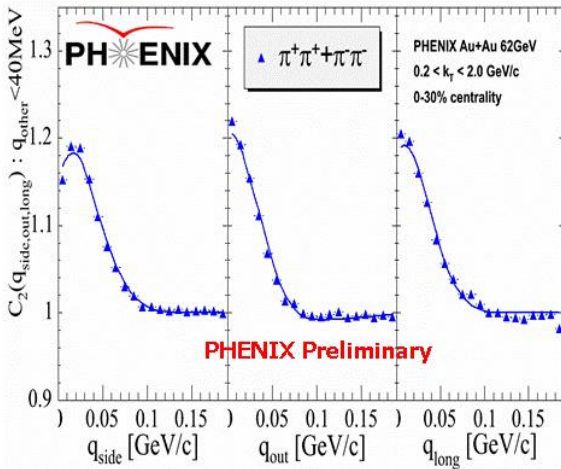
Folyás, korrelációk III

- Egyszerű modellek alapján: $C(q, p) = 1 + \left| \frac{\tilde{S}(q, p)}{\tilde{S}(0, p)} \right|^2$, ahol

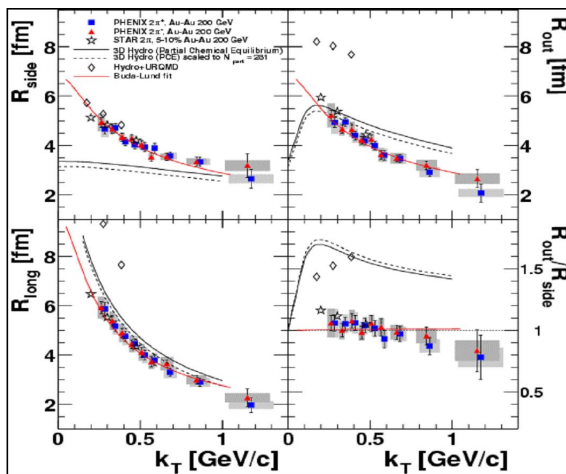
$$\tilde{S}(q, p) = \int S(x, p) e^{iqx} d^4x$$
- Bevezetve a mag-glória modellt: $\lambda_* = S_c(x, k)/S(x, p)$ és

$$S(x, k) = S_c(x, p) + S_h(x, p),$$
- Innen $N(p) = \int d^4x S(x, p) = N_c(p) + N_h(p)$
- Ekkor $C(q, p) = 1 + \lambda_* \left| \frac{\tilde{S}_c(q, p)}{\tilde{S}_c(0, p)} \right|^2$
- Paraméterezve: $C(q) = 1 + \lambda_* e^{-R_{\mu\nu}^2 q^\mu q^\nu}$
- 1D: $q_{\text{inv}} = \sqrt{-(p_1 - p_2)^2}$, vagy Bertsch-Pratt: out-side-long
- Korrelációs sugarak: $R_{\text{out}}, R_{\text{side}}, R_{\text{long}}$, 1. rendű fázisátalakulás:
 $R_{\text{out}} > R_{\text{side}} \Rightarrow$ "RHIC HBT Puzzle"

Folyás, korrelációk IV

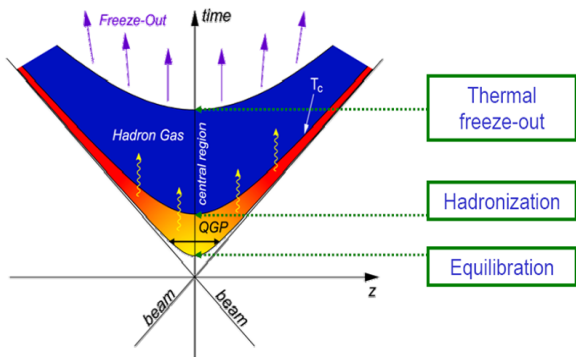


Folyás, korrelációk V



Ultra-relativisztikus nehézion-ütközés téridőbeli lefolyása

- Bejövő nehézionok
- Forró, sűrű, nagynyomású anyag \Rightarrow termalizáció, robbanás, hűlés
- Kifagyás: hadronok megjelenése; termikus kifagyás: interakció vége
- Lapultság megfordulása



Hidrodinamikai előzmények

- Fermi: "Since the interactions of the pion field are strong, we may expect that rapidly this energy will be distributed among the various degrees of freedom present in this volume according to statistical laws."
- Landau: "The defects of Fermi's theory arise mainly because the expansion of the compound system is not correctly taken into account ... (The) expansion of the system can be considered on the basis of relativistic hydrodynamics."
- Fermi (1950): kollektív leírás; Landau (1953): relativisztikus hidrodinamika; Hwa és Björken (1974-83): analitikus megoldás

Nemrelativisztikus hidrodinamika I

- Alapegyenletek:

$$\partial_t n + \nabla(vn) = 0 \text{ (lokális anyagmegmaradás, kontinuitás),} \quad (1)$$

$$\partial_t v + (v\nabla)v = -\frac{\nabla p}{mn} \text{ (lokális impulzus-megmaradás, Euler),} \quad (2)$$

$$\partial_t \epsilon + \nabla(\epsilon v) = -p\nabla v \text{ (lokális energia-megmaradás).} \quad (3)$$

- Állapotegyenlet: $\epsilon = \kappa p$
- Hőmérsékletet: $p = nT$
- Feltevések: henger-, axiális-, gömb- vagy ellipszoidális szimmetria
- Ellipszoid X, Y, Z időfüggő nagytengetyekkel \Rightarrow skálaváltozó:

$$s = \frac{r_x^2}{X^2} + \frac{r_y^2}{Y^2} + \frac{r_z^2}{Z^2}$$

Nemrelativisztikus hidrodinamika II

- Megoldás

$$n = \frac{X_0 Y_0 Z_0}{XYZ} \exp\left(-\frac{s}{2}\right), \quad (4)$$

$$v = \left(\frac{\dot{X}}{X} r_x, \frac{\dot{Y}}{Y} r_y, \frac{\dot{Z}}{Z} r_z \right), \quad (5)$$

$$T = T_0 \left(\frac{X_0 Y_0 Z_0}{XYZ} \right)^{1/\kappa}. \quad (6)$$

- A megoldás alapján Boltzmann-eloszlás:

$$f(x, p, t) \sim n(x, t) \exp\left[-\frac{(p - mv(x, t))^2}{2mT(x, t)}\right].$$

- Ütközésmentes Boltzmann-egyenlet: $(\partial_t + v\nabla)f(x, p, t) = S(x, p, t) \Rightarrow$ az eloszlás *forrása* $S(x, p, t)$.
- Feltevés a kifagyásra: $S(x, p, t) \delta(t - t_0)$.

Nemrelativisztikus hidrodinamika III

- Ekkor $S(x, p) \sim n(x, t_0) \exp \left[-\frac{(p - mv(x, t_0))^2}{2mT(x, t_0)} \right]$
- Ebből megfigyelhető mennyiségek:

$$N_1(p) \sim \exp \left[-\frac{p_x^2}{2mT_x} - \frac{p_y^2}{2mT_y} - \frac{p_z^2}{2mT_z} \right], \quad (7)$$

$$\left. \frac{dn}{2\pi p_t dp_t dy} \right|_{y=0} \sim I_0(w) \exp \left[-\frac{p_t^2}{2mT_{eff}} \right], \quad (8)$$

$$v_2(p_t) = \frac{I_1(w)}{I_0(w)}, \quad (9)$$

ahol $T_x = T_0 + m\dot{X}^2$ és $w = \frac{p_t^2}{4m_t} \left(\frac{1}{T_y} - \frac{1}{T_c} \right)$, illetve

$$T_{eff} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{T_x} + \frac{1}{T_y} \right).$$

Relativisztikus hidrodinamika

- Sebességmező u^μ , energia-impulzus tenzor $T^{\mu\nu} = wu^\mu u^\nu - g^{\mu\nu} p$, ahol $w = \epsilon + p$ az entalpia.
- Egyenletek: $\partial_\mu(u^\mu n) = 0$ illetve $\partial_\nu T^{\mu\nu} = 0$.
- Ennek u^μ -re merőleges és vele párhuzamos komponensei:

$$w\partial_\nu u^\nu = -u^\mu \partial_\mu \epsilon \quad (10)$$

$$wu^\nu \partial_\nu u^\mu = (g^{\mu\nu} - u^\mu u^\nu) \partial_\nu p \quad (11)$$

- Megoldások: bonyolultak

Landau-Khalatnikov megoldás

- Cikk: 1954
- $T(x, t)$ hőmérséklet és $\Omega(x, t)$ rapiditás
- $u^\mu = (\cosh \Omega(x, t), \sinh \Omega(x, t))$ sebességmező
- Implicit megoldás:

$$t = \frac{\partial \chi}{\partial T} \cosh \Omega - \frac{1}{T} \frac{\partial \chi}{\partial \Omega} \sinh \Omega \quad (12)$$

$$t = \frac{\partial \chi}{\partial T} \sinh \Omega - \frac{1}{T} \frac{\partial \chi}{\partial \Omega} \cosh \Omega \quad (13)$$

- $\chi(\Omega, T)$ bonyolult függvény \Rightarrow implicit megoldás

Hwa-Bjorken megoldás

- Bjorken: 1984; Hwa: 1975
- Rindler-koordináták: $t = \tau \cosh \eta$, $x = \tau \sinh \eta$.
- Fordítva: $\eta = \operatorname{artanh} \frac{x}{t}$, $\tau = \sqrt{t^2 - x^2}$.
- Longitudinális boost-invariancia: $\epsilon(\tau)$, $p(\tau)$, $n(\tau)$.
- $u^\mu = \frac{x^\mu}{\tau} \Rightarrow v = \frac{x}{t} \Rightarrow$ nem gyorsuló
- $n = n_0 \frac{\tau_0}{\tau}$, $T = T_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{\frac{1}{\tau}}$.
- $\epsilon = \kappa p = \kappa n T$.
- Nem gyorsuló!

3D relativisztikus megoldás

- Csörgő, Csernai, Hama, Kodama, 2003
- Skálaparaméter: $s = \frac{r_x^2}{X^2} + \frac{r_y^2}{Y^2} + \frac{r_z^2}{Z^2}$; $X(t), \dots$
- Ehhez folyási kép: $v_x = r_x \frac{\dot{X}}{X}$ stb.
- $u^\mu = \frac{x^\mu}{\tau} \Rightarrow v_x = \frac{r_x}{t} \Rightarrow X(t) = \dot{X}_0 \cdot t$.
- $n(t, r) = n_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^3 \nu(s)$
- $T(t, r) = T_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{3/\kappa} \frac{1}{\nu(s)}$
- Állapotegyenlet: $p = nT$, $\epsilon = \kappa p$.
- Nem gyorsuló!

Gyorsuló relativisztikus megoldás

- d dimenzió, Rindler koordináták, lásd fent!
- $v = \tanh \lambda \eta$. λ : gyorsulási paraméter, $\lambda = 1$: Björken
- $p = p_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{\lambda d \frac{\kappa+1}{\kappa}} \left(\cosh \frac{\eta}{2}\right)^{-(d-1)\phi_\lambda}$
- Állapotegyenlet: $\epsilon = \kappa p$
- A megoldások osztályai:

Eset	λ	d	κ	ϕ_λ
(a)	2	$\in \mathbb{R}$	d	0
(b)	$\frac{1}{2}$	$\in \mathbb{R}$	1	$\frac{\kappa+1}{\kappa}$
(c)	$\frac{3}{2}$	$\in \mathbb{R}$	$\frac{4d-1}{3}$	$\frac{\kappa+1}{\kappa}$
(d)	1	$\in \mathbb{R}$	$\in \mathbb{R}$	0
(e)	$\in \mathbb{R}$	1	1	0

- (d) Björken, többi gyorsuló, tetszőleges gyorsulás csak (e)-ben
- Tetszőleges állapotegyenlet csak (d)-ben; tetszőleges dimenzió (a)-(d)-ben

Interpolátor: Buda-Lund I

- Hiányzik:
 - ellipszoidális
 - gyorsuló
 - tetszőleges állapotegyenletű
 - relativisztikus
- Bármelyik három teljesíthető, de mind a négy nem. A fenti megoldások közötti interpolátor: Buda-Lund modell!
- Rezonanciák kezelésére mag-glória modell feltevése:

$$S(x, p) = S_c(x, p) + S_h(x, p), \text{ és} \quad (14)$$

$$S_c(x, p) = \sqrt{\lambda_*} S(x, p). \quad (15)$$

- Az emissziós függvény definíciója:

$$S_c(x, p) d^4x = \frac{g}{(2\pi)^3} \frac{p^\mu d^4\Sigma_\mu(x)}{B(x, p) + s_q}. \quad (16)$$

Interpolátor: Buda-Lund II

- A Boltzmann-faktor:

$$B(x, p) = \exp \left(\frac{p^\nu u_\nu(x)}{T(x)} - \frac{\mu(x)}{T(x)} \right). \quad (17)$$

- A fluxus (Cooper-Frye féle tényező, ahol $d^4\Sigma_\mu$ a kifagyási felület vektormértéke):

$$p^\mu d^4\Sigma_\mu(x) = p^\mu u_\mu(x) H(\tau) d^4x. \quad (18)$$

- A kifagyás időbeli eloszlása:

$$H(\tau) = \frac{1}{(2\pi\Delta\tau^2)^{1/2}} \exp \left(-\frac{(\tau - \tau_0)^2}{2\Delta\tau^2} \right). \quad (19)$$

Interpolátor: Buda-Lund III

- A sebességmező és a hozzátartozó skála-paraméter (bevezetve $\sinh \eta_x = r_x \frac{\dot{X}}{X} - t$):

$$s = \frac{\cosh \eta_x - 1}{\dot{X}_f^2} + \frac{\cosh \eta_y - 1}{\dot{Y}_f^2} + \frac{\cosh \eta_z - 1}{\dot{Z}_f^2}, \quad (20)$$

$$u^\mu = (\gamma, \sinh \eta_x, \sinh \eta_y, \sinh \eta_z). \quad (21)$$

- A fugacitási faktor:

$$\frac{\mu(x)}{T(x)} = \frac{\mu_0}{T_0} - s \quad (22)$$

Interpolátor: Buda-Lund IV

- A hőmérséklet-eloszlás:

$$\frac{1}{T(x)} = \frac{1}{T_0} \left(1 + \frac{T_0 - T_s}{T_s} s \right) \left(1 + \frac{T_0 - T_e}{T_e} \frac{(\tau - \tau_0)^2}{2\Delta\tau^2} \right), \quad (23)$$

- bevezetve a hőmérséklet időbeli és térbeli inhomogenitására jellemző

$$a^2 = \frac{T_0 - T_s}{T_s} = \left\langle \frac{\Delta T}{T} \right\rangle_r \text{ és} \quad (24)$$

$$d^2 = \frac{T_0 - T_e}{T_e} = \left\langle \frac{\Delta T}{T} \right\rangle_t \text{ faktorokat,} \quad (25)$$

ahol T_s a hőmérséklet a tűzgolyó felszínén, T_e pedig középen, az emisszió végénél.

- Ez az interpolátor jól leírja az adatokat (szimultán az összeset).